

میدانهای الکتریکی

چهار نیرو

چهار نیروی شناخته شده زیر در طبیعت وجود دارند:

(1) نیروی جاذبه (گرانش)

(2) نیروی الکترومغناطیسی

(3) نیروی هسته ای قوی

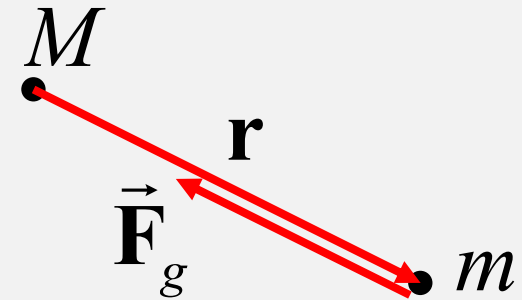
(4) نیروی هسته ای ضعیف

در ترم گذشته نیروی گرانش را مطالعه کردیم

در این ترم به مطالعه نیروهای الکترودینامیکی خواهیم پرداخت

مرور مختصری بر نیروی گرانشی

نیروی جاذبه بین دو ذره نقطه ای که به فاصله r از یکدیگر قرار گرفته اند به صورت زیر عمل می کند:



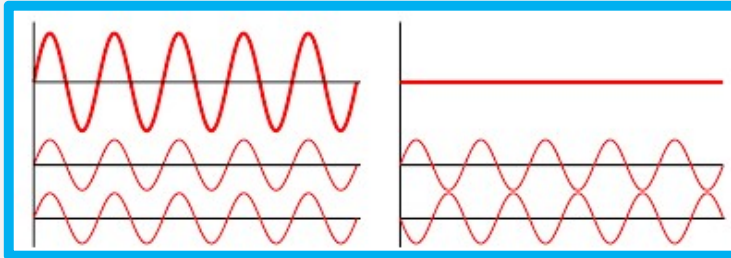
$$\vec{F} = -\frac{GmM}{r^2}\hat{r}$$

جاذبه

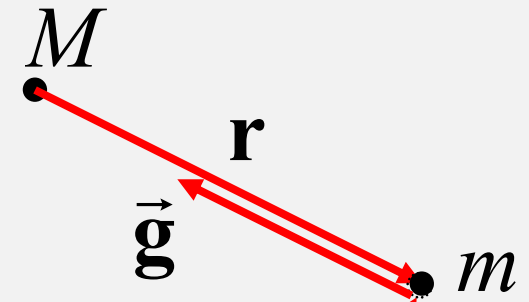
شعاعی

اجسام گسترده را به صورت مجموعه ای از ذرات در نظر می گرفتیم

علت این امر در اصل برهمنهی نهفته است



نیروی جاذبه بین دو ذره عمل می کند، اما هر ذره به تنهایی خود میدان گرانشی ایجاد می کند:



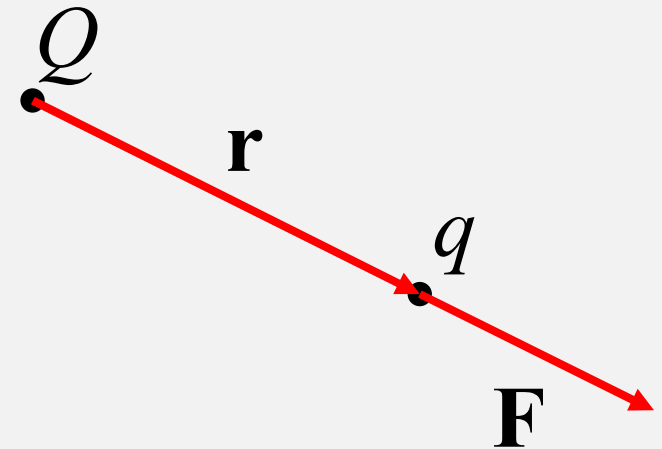
$$\vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

بار آزمون را حذف می کنیم

اصل برهمه‌نی در خصوص میدانهای گرانشی نیز همچون نیروهای گرانشی برقرار است

نیروی الکتریکی



نیروی الکتریکی بین دو بار نقطه ای که به فاصله r از یکدیگر قرار گرفته اند به صورت زیر عمل می کند:

$$\vec{F} = \frac{kqQ}{r^2} \hat{r}$$

$$k = 8.9875 \times 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

قابلیت
گذردهی میدان
الکتریکی خلا

این قانون کولمب است

شعاعی

$$qQ < 0$$

جاذبه

قانون کولمب شبیه قانون جاذبه عمومی نیوتن است

$$qQ > 0$$

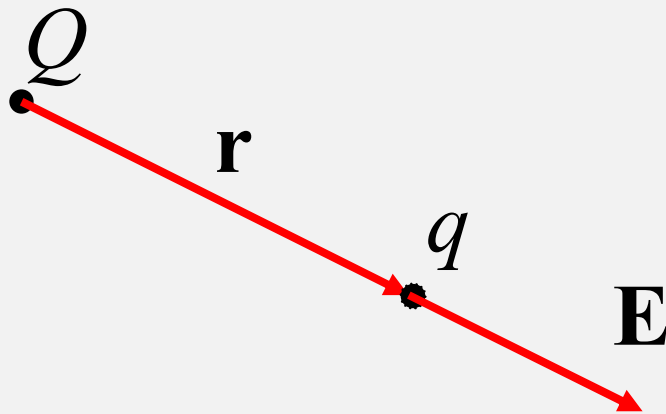
دافعه

با این تفاوت که می تواند جاذبه یا دافعه باشد

نیروی الکتریکی بین دو بار به مراتب قوی تر از نیروی جابه بین آنهاست

کولمب قانون خود را با استفاده از دستگاه زیر به طور تجربی استنتاج کرد

نیروی جاذبه بین دو ذره عمل می کند، اما هر ذره به تنهایی خود میدان گرانشی ایجاد می کند:



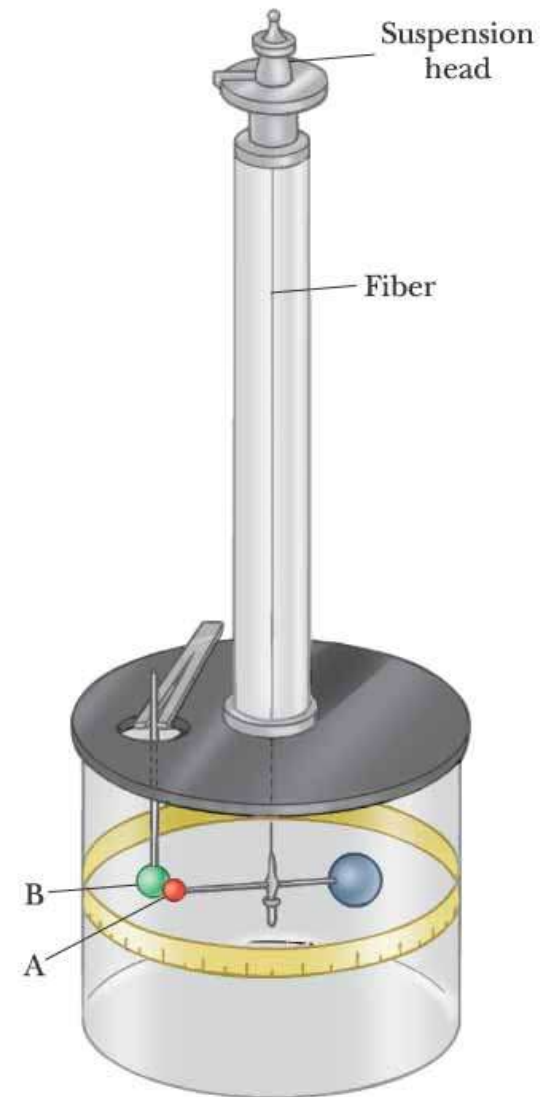
$$\vec{E} = \frac{kQ}{r^2} \hat{r}$$

بار Q بدون نیاز به وجود بار آزمون q یک میدان الکتریکی در فضا ایجاد می کند

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

بار آزمون q وجود میدان الکتریکی را آشکار سازی می کند

میدانهای الکتریکی را به طور وسیعتری نسبت به میدانهای گرانشی مورد بررسی قرار خواهیم داد



بارهای الکتریکی می توانند سبب ایجاد نیروها و میدانهای الکتریکی شوند



می توان از طریق مالش میله شیشه ای روی پارچه ابریشمی پی به وجود بارهای الکتریکی برد

(1) بار بقا دارد

یعنی اگر پارچه ابریشمی به هر میزانی دارای بار منفی شود، شیشه نیز به همان اندازه دارای بار مثبت خواهد شد

(2) بار کوانتیزه است

یعنی بار الکترون کمترین واحد بار را دارد و بار اجسام دیگر (q) مضرب صحیحی (n) از بار الکترون (e) است:

$$q = ne$$

کوارکها می توانند دارای بار کسری باشند، اما آزاد نیستند

مقایسه نیروی جاذبه با نیروی الکتریکی دو الکترون

$$F_g = -\frac{Gm_e^2}{r^2}$$

$$m_e = 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$F_e = \frac{ke^2}{r^2}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\left| \frac{F_e}{F_g} \right| = \frac{ke^2}{Gm_e^2} = \frac{(9 \times 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2)(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})^2}{(6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 / \text{kg}^2)(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})^2}$$
$$\approx 2 \times 10^{39}$$

پس نیروهای الکتریکی خیلی بزرگتر از نیروهای گرانشی هستند

سوال: آیا می توان همواره از نیروهای گرانشی در مقابل نیروهای الکتریکی صرف نظر کرد؟

پاسخ: خیر

سوال: چرا؟

پاسخ: به سه دلیل زیر:

1) جرم منفی وجود ندارد و همه اجرام در یک ماده در تولید نیروی گرانشی شرکت می کنند

2) در هر ماده به تعداد عدد آووگادرو از ذرات تشکیل دهنده آن وجود دارد

3) مواد اغلب خنثی و بارهای مثبت و منفی اثر یکدیگر را خنثی می کنند

پس نیروی گرانشی بین دو جسم خنثی می تواند بزرگتر از نیروی الکتریکی باشد

ویژگیهای خطوط نیرو

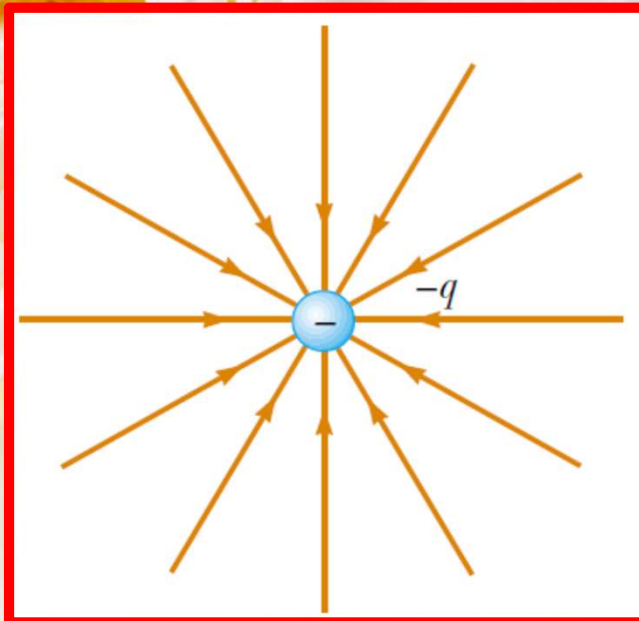
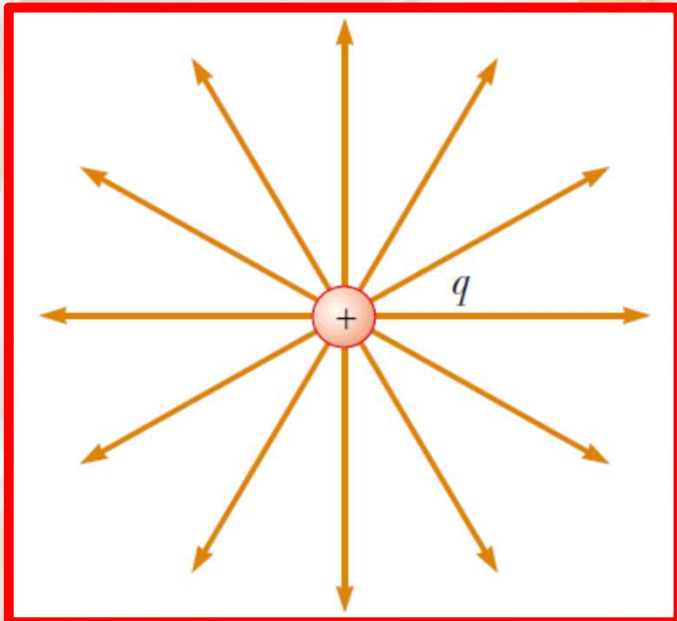
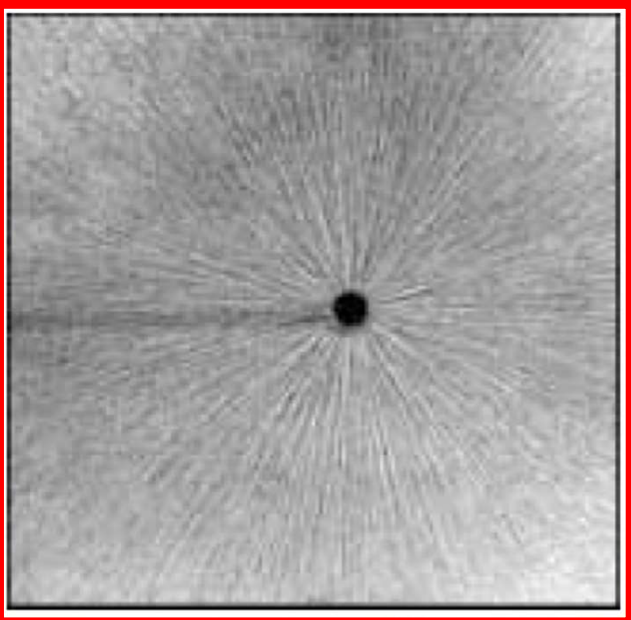
(1) خطوط نیرو از بارهای مثبت شروع می شوند

(2) خطوط نیرو به بارهای منفی ختم می شوند

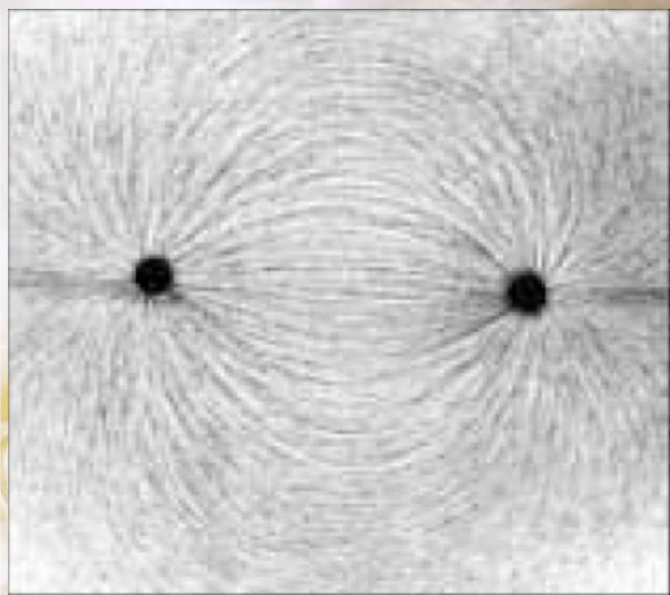
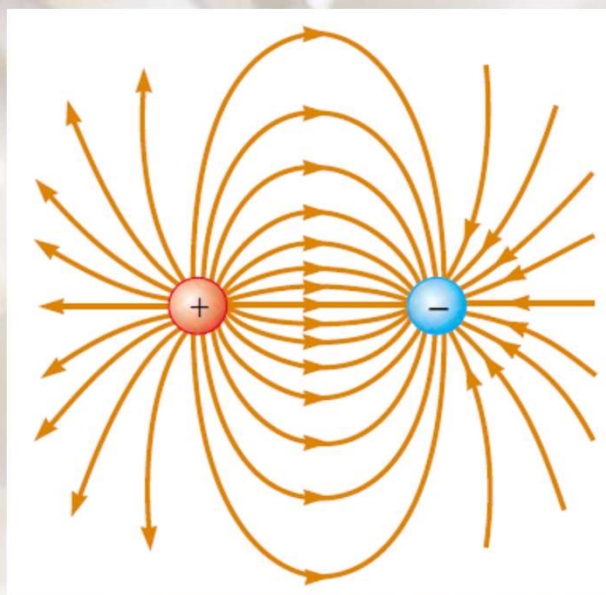
(3) آنها همواره در راستای میدان هستند

(4) آنها هرگز یکدیگر را قطع نخواهند کرد

(5) چگالی خطوط متناسب با شدت میدان است



خطوط میدان بارهای نقطه ای به طور شعاعی به سمت خارج یا داخل جهت گیری می کنند

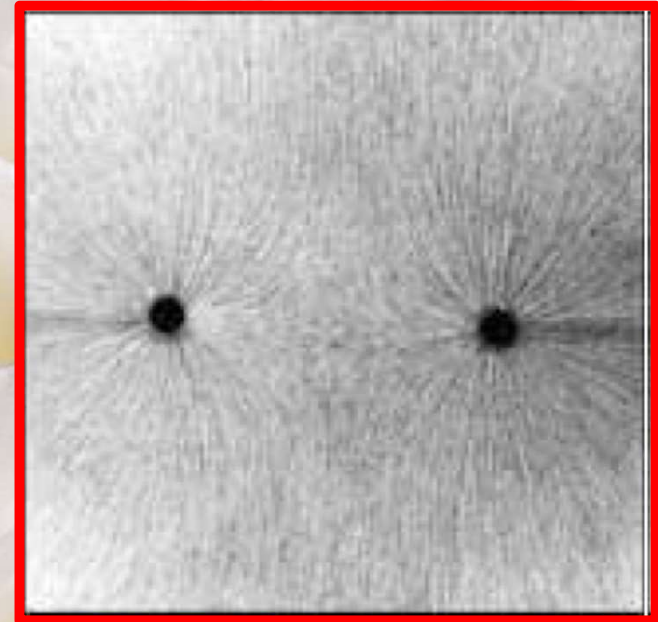
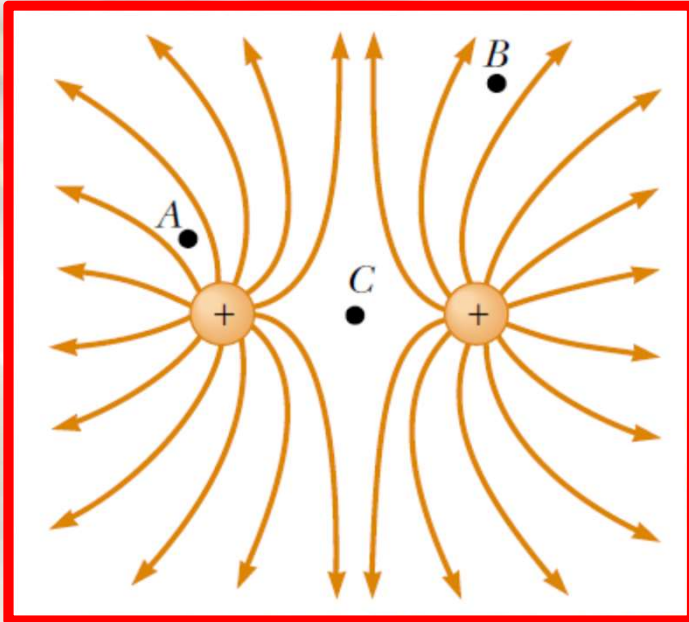


اما خطوط میدان دو قطبی های الکتریکی به صورت غیر شعاعی از بار مثبت خارج و به بار منفی وارد می شوند

در دو قطبی متقارن (با بارهای مثبت و منفی یکسان) تعداد خطوط خارج شده از بارهای مثبت با تعداد خطوط وارد شده به بارهای منفی با هم مساویند

جهت های خطوط ختم شده به صفحه عمود منصف دو قطبی یکسان و همگی موازی محور دو قطبی هستند

خطوط میدان بارهای یکسان:



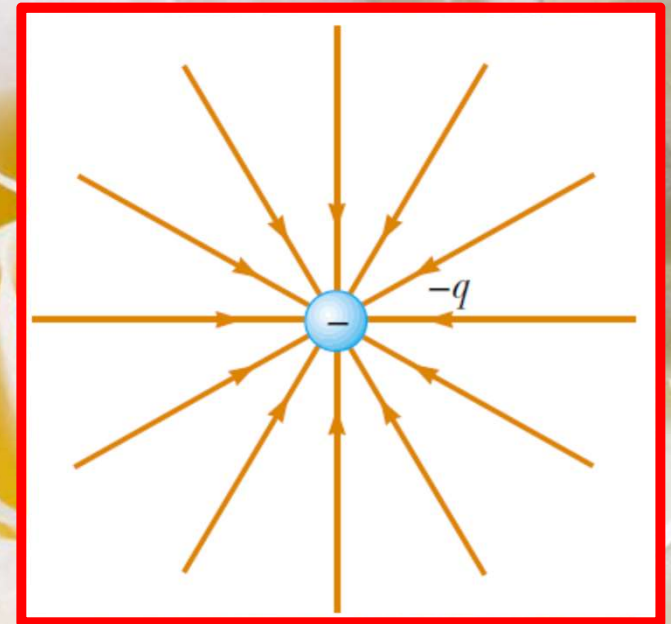
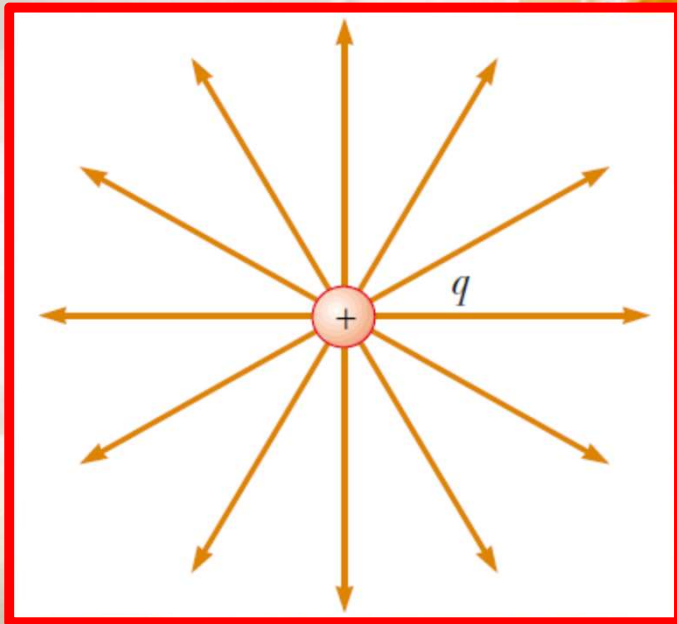
هیچ خط میدانی در صفحه عمود منصف وجود ندارد

میدان آنها در فواصل دور شبیه یک بار نقطه ای است

یعنی در فواصل دور خطوط میدان شعاعی است و میدان متناسب با $2q$ است

میدان الکتریکی یک بار نقطه ای با استفاده از رابطه زیر محاسبه می شود

$$\mathbf{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

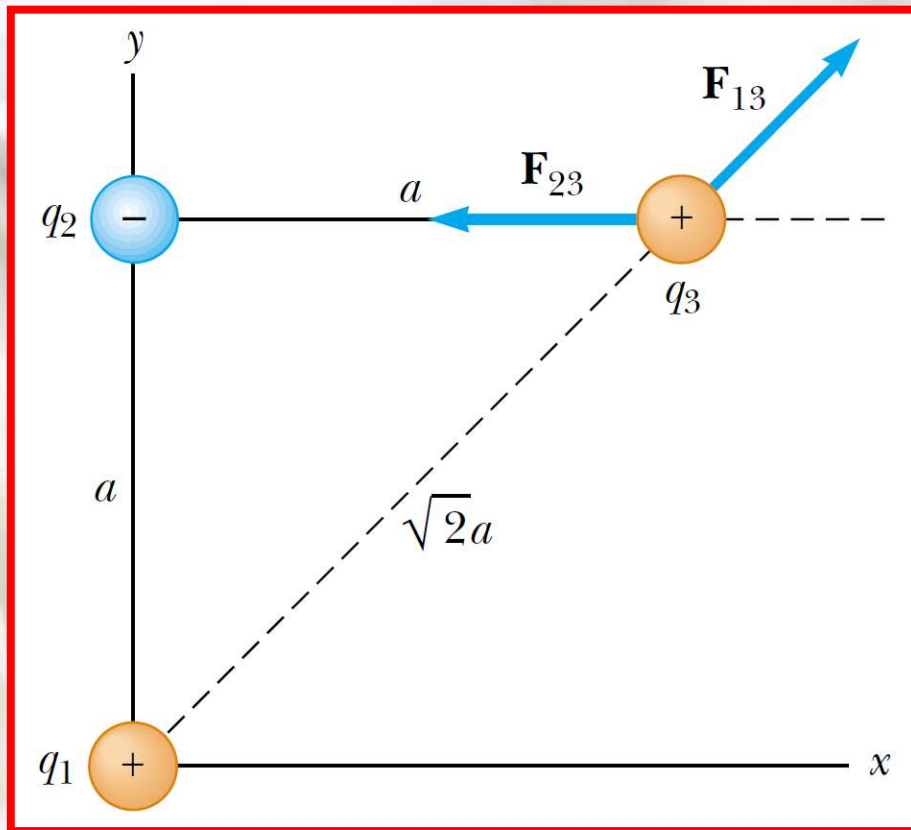


مثال: نیروی برآیند وارد بر بار q_3
را به دست آورید:

$$q_1 = q_3 = 5 \mu\text{C}$$

$$q_2 = -2 \mu\text{C}$$

$$a = 0.1 \text{ m}$$



$$\begin{aligned} F_{23} &= k_e \frac{|q_2||q_3|}{a^2} \\ &= (8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(2.0 \times 10^{-6} \text{ C})(5.0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.10 \text{ m})^2} \\ &= 9.0 \text{ N} \end{aligned}$$

$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2}$$

$$= (8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(5.0 \times 10^{-6} \text{ C})(5.0 \times 10^{-6} \text{ C})}{2(0.10 \text{ m})^2}$$

$$= 11 \text{ N}$$

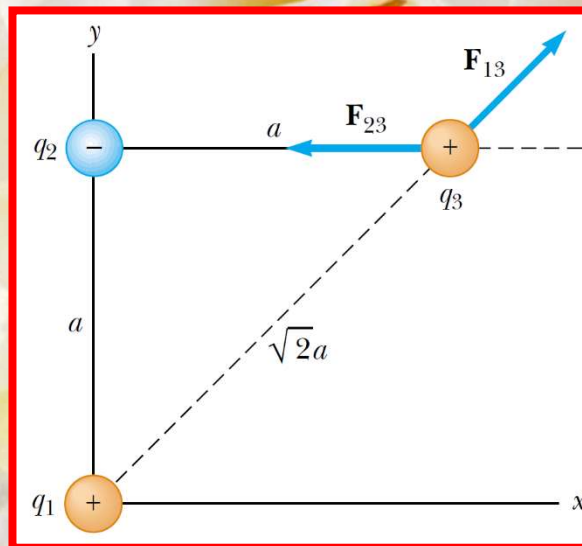
$$F_{13x} = F_{13} \cos 45 = 7.9 \text{ N}$$

$$F_{13y} = F_{13} \sin 45 = 7.9 \text{ N}$$

$$F_{3x} = F_{13x} + F_{23x} = 7.9 \text{ N} + (-9.0 \text{ N}) = -1.1 \text{ N}$$

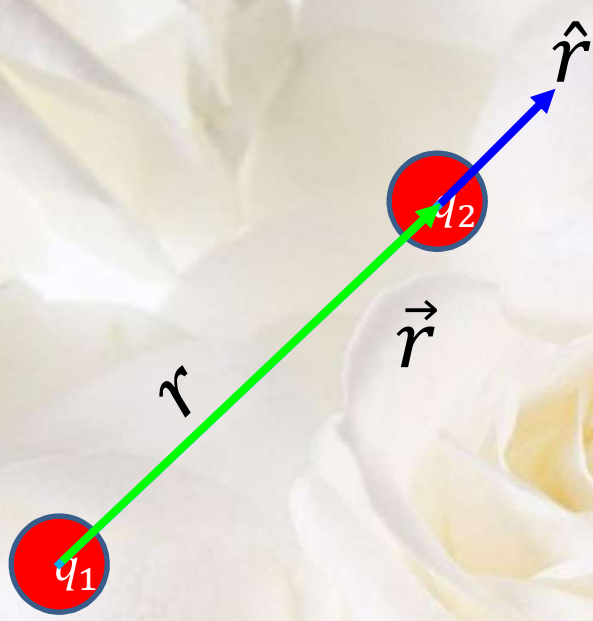
$$F_{3y} = F_{13y} + F_{23y} = 7.9 \text{ N} + 0 = 7.9 \text{ N}$$

$$\mathbf{F}_3 = (-1.1\hat{\mathbf{i}} + 7.9\hat{\mathbf{j}}) \text{ N}$$



سوال: اگر
علامتهای هر
سه بار را
تغییر دهیم
در نتیجه چه
تغییری ایجاد
می شود؟

پاسخ: باز هم با همان شدت سابق
بارهای 1 و 3 همدیگر را دفع و
بارهای 2 و 3 یکدیگر را جذب می
کنند، پس نتیجه تغییر نمی کند



A diagram showing two point charges, q_1 and q_2 , represented as red circles with blue outlines. A green line segment connects them, labeled with the scalar distance r . A blue arrow, labeled $\hat{r}$, points from q_1 towards q_2 .

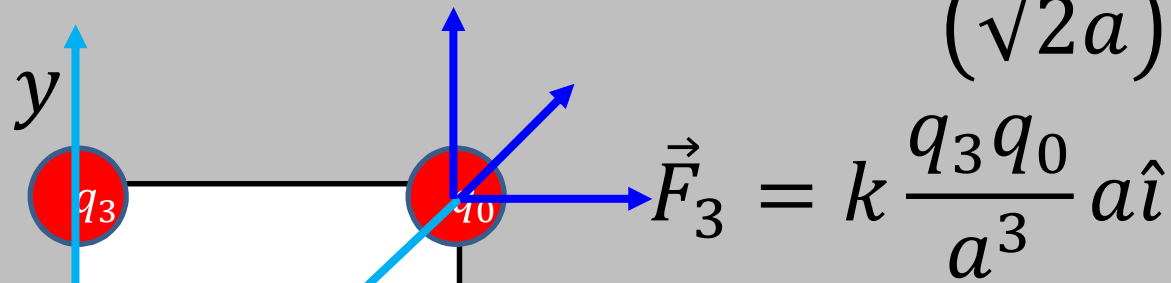
$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$$\vec{F}_2 = k \frac{q_2 q_0}{a^3} a \hat{j} \quad \vec{F}_1 = k \frac{q_1 q_0}{(\sqrt{2}a)^3} (a \hat{i} + a \hat{j})$$



$$\vec{F}_3 = k \frac{q_3 q_0}{a^3} a \hat{i}$$

$$q_1 = q_2 = q_3 = q$$

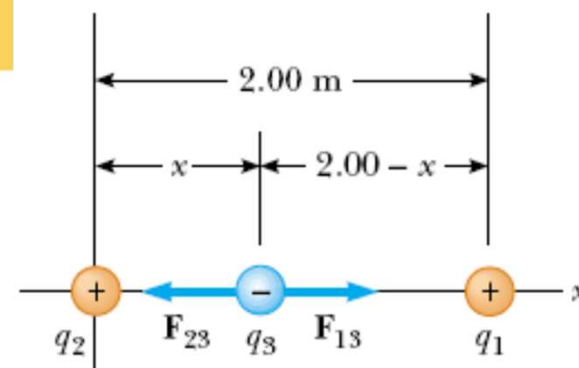
$$\vec{F}_1 = k \frac{q_1 q_0}{a^2} \frac{\sqrt{2}}{4} (\hat{i} + \hat{j})$$

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = k \frac{q q_0}{a^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) (\hat{i} + \hat{j})$$

$$F = k \frac{q q_0}{a^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \sqrt{2} = k \frac{q q_0}{a^2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2} \right)$$

Example 23.3 Where Is the Resultant Force Zero?

Three point charges lie along the x axis as shown in Figure 23.9. The positive charge $q_1 = 15.0 \mu\text{C}$ is at $x = 2.00 \text{ m}$, the positive charge $q_2 = 6.00 \mu\text{C}$ is at the origin, and the resultant force acting on q_3 is zero. What is the x coordinate of q_3 ?



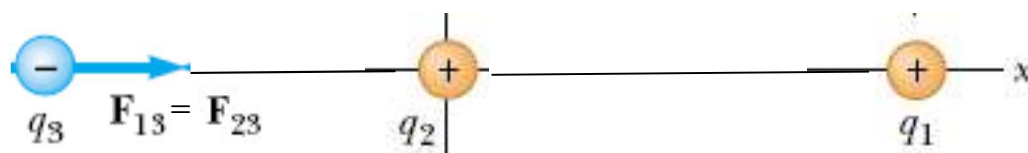
$$F_{13} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00 - x)^2} \quad F_{23} = k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} \quad k_e \frac{|q_2||q_3|}{x^2} = k_e \frac{|q_1||q_3|}{(2.00 - x)^2}$$

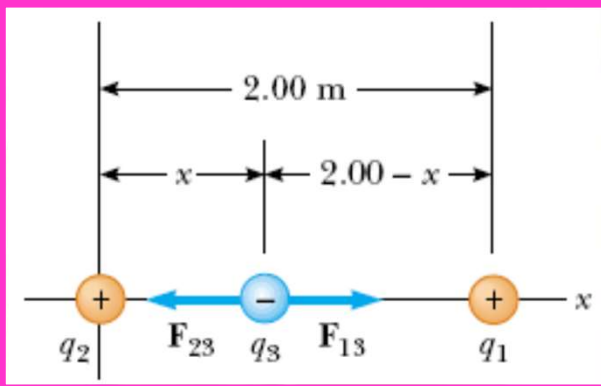
$$(2.00 - x)^2 |q_2| = x^2 |q_1| \quad (4.00 - 4.00x + x^2)(6.00 \times 10^{-6} \text{ C}) = x^2(15.0 \times 10^{-6} \text{ C})$$

$$3.00x^2 + 8.00x - 8.00 = 0$$

$$x = 0.775 \text{ m}$$

$$x = -3.44 \text{ m}$$





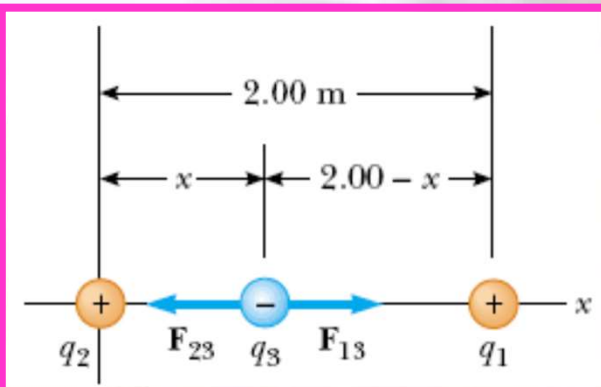
سوال: اگر بار 3 را از مکان تعادلی به دست آمده در راستای محور x -ها اندکی خارج کنیم ذره به مکان اولیه خود باز خواهد گشت یا نه؟

پاسخ: خیر، زیرا:

(الف) نیروهای بارهای 1 و 2 در مکان تعادلی بار 3 با هم مساوی و مختلف جهت هستند

و (ب) اگر بار 3 به راست برود نیروی جاذبه 2 ضعیفتر و نیروی جاذبه 1 قویتر می شوند، پس به حرکت به سمت راست ادامه خواهد داد و به مکان تعادلی بر نخواهد گشت

و (ج) اگر بار 3 به چپ برود نیروی جاذبه 2 قویتر و نیروی جاذبه 1 ضعیفتر می شوند، پس به حرکت به سمت چپ ادامه خواهد داد و به مکان تعادلی بر نخواهد گشت



سوال: اگر بار 3 را از مکان تعادلی به دست آمده در راستای محور x -ها اندکی خارج کنیم ذره به مکان اولیه خود باز خواهد گشت یا نه؟

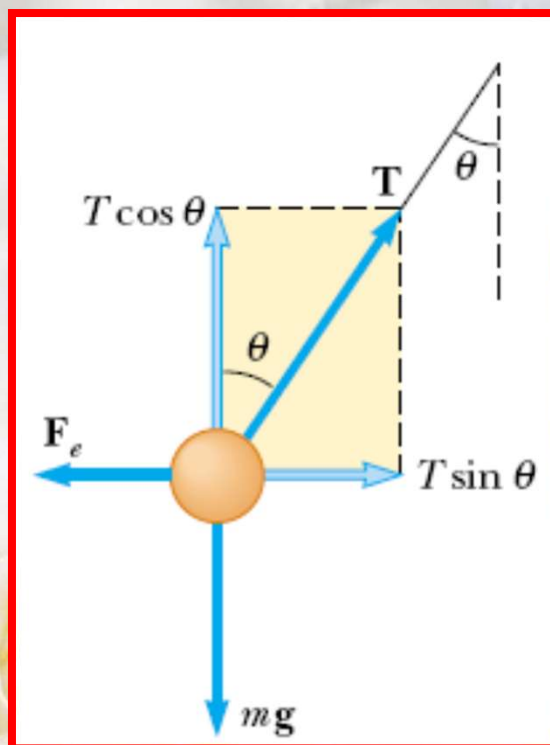
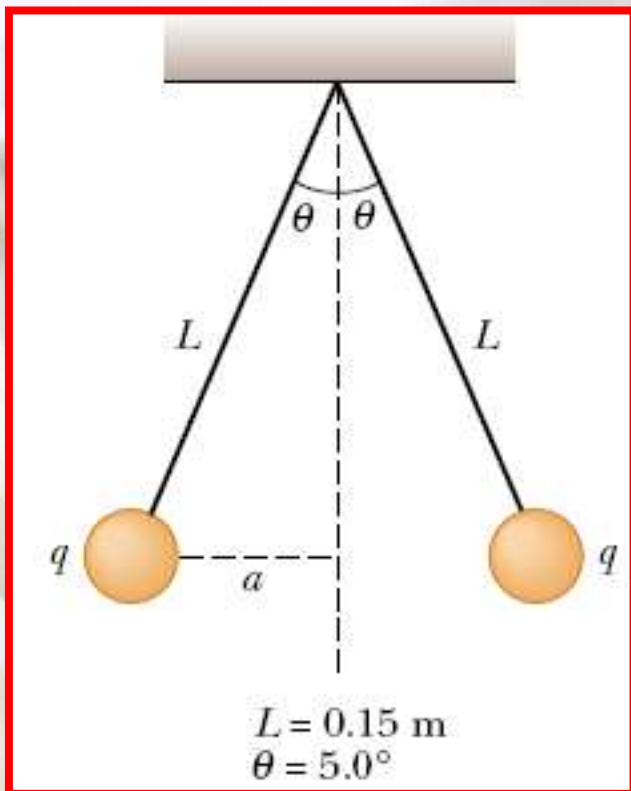
پاسخ: بله، زیرا:

(الف) نیروهای بارهای 1 و 2 در مکان تعادلی بار 3 با هم مساوی و مختلف جهت هستند

و (ب) اگر بار 3 به بالا برود برآیند نیروهای جاذبه 2 و 1 به سمت پایین خواهد بود و بار 3 را به مکان تعادلی بر خواهد گرداند

و (ج) اگر بار 3 به پایین برود برآیند نیروهای جاذبه 2 و 1 به سمت بالا خواهد بود و بار 3 را به مکان تعادلی بر خواهد گرداند

پس حرکت یک حرکت نوسانی خواهد بود



مثال: دو گوی یکسان
باردار به شکل زیر در
حالت تعادل آویزان
شده اند. زاویه تتا را با
فرض کوچک بودن
آن به دست آورید.

$$T \sin \theta = F_e$$

$$\sin \theta = a/L$$

$$\tan \theta \sin^2 \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{mgL^2}$$

$$T \cos \theta = mg$$

$$a = L \sin \theta$$

$$\theta < 6^\circ$$

$$\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$$

$$\tan \theta = \frac{F_e}{mg}$$

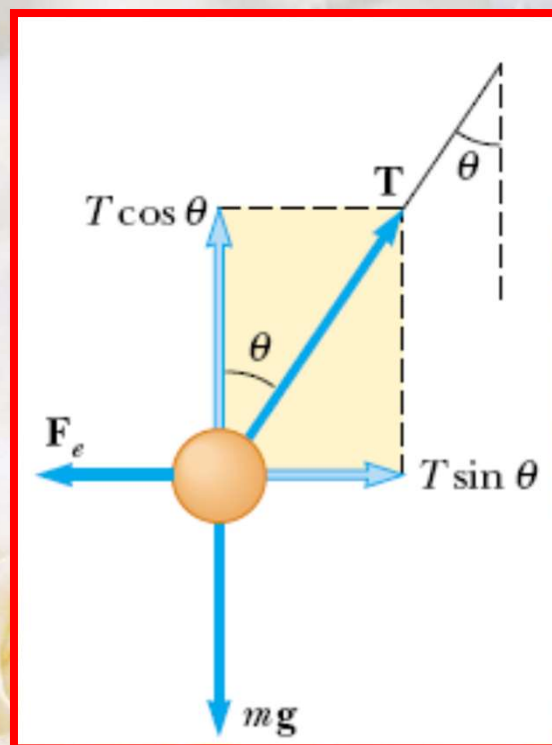
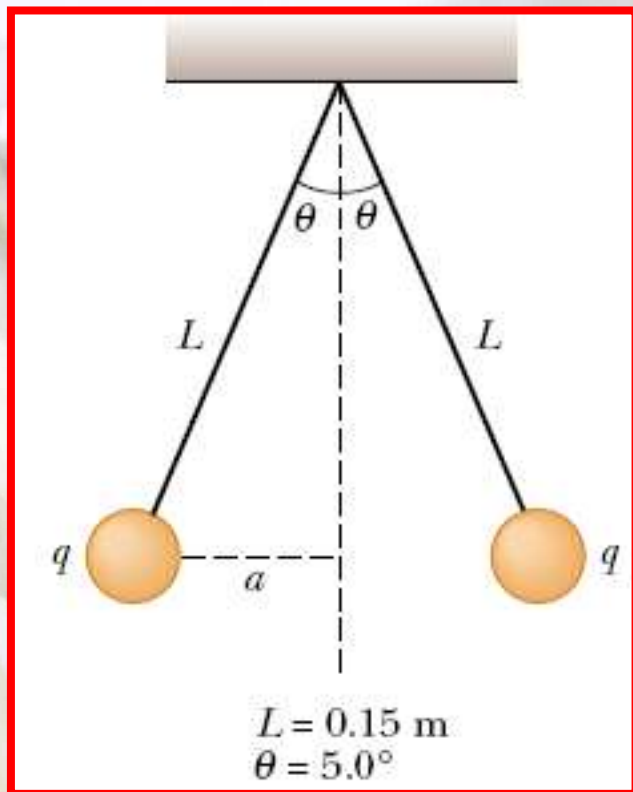
$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{L^2 \sin^2 \theta}$$

$$\theta^3 \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{mgL^2}$$

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{mgL^2 \sin^2 \theta}$$

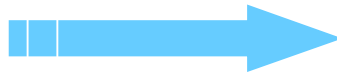
$$\theta \approx \sqrt[3]{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{mgL^2}}$$



مثال: دو گوی یکسان
 باردار به شکل زیر در
 حالت تعادل آویزان
 شده اند. بار گویها را به
 دست آورید.

$$m = 3 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\sum F_x = T \sin \theta - F_e = 0$$



$$F_e = mg \tan \theta$$

$$\sum F_y = T \cos \theta - mg = 0$$

$$F_e = mg \tan \theta = (3.0 \times 10^{-2} \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) \tan(5.0^\circ) = 2.6 \times 10^{-2} \text{ N}$$

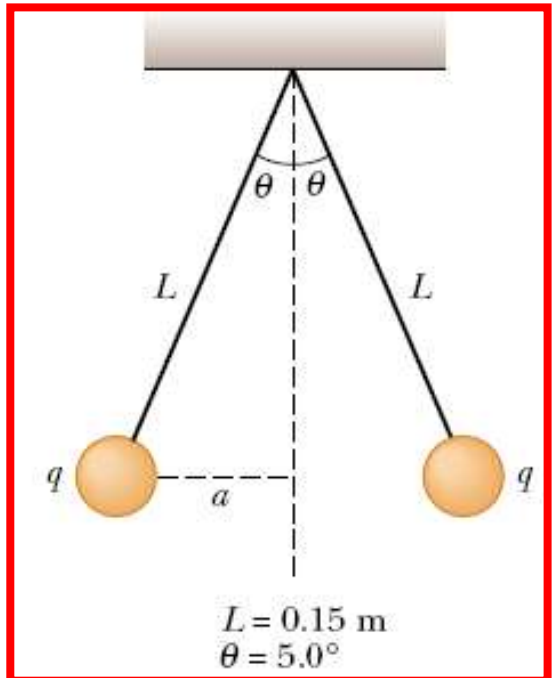
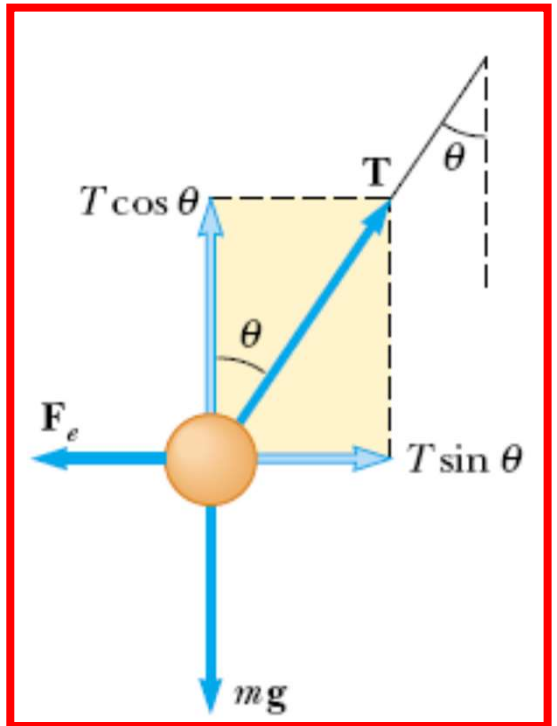
$$\sin \theta = \frac{a}{L}$$

$$a = L \sin \theta = (0.15 \text{ m}) \sin(5.0^\circ) = 0.013 \text{ m}$$

$$r = 2a = 0.026 \text{ m}$$

$$|q|^2 = \frac{F_e r^2}{k_e} = \frac{(2.6 \times 10^{-2} \text{ N})(0.026 \text{ m})^2}{8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2} = 1.96 \times 10^{-15} \text{ C}^2$$

$$|q| = 4.4 \times 10^{-8} \text{ C}$$



سوال: اگر بارها با هم مساوی نمی بودند، آیا مساله پیچیده تر نمی شد؟

پاسخ: خیر، زیرا تقارن در زاویه با عدم تساوی بارها به هم نمی خورد

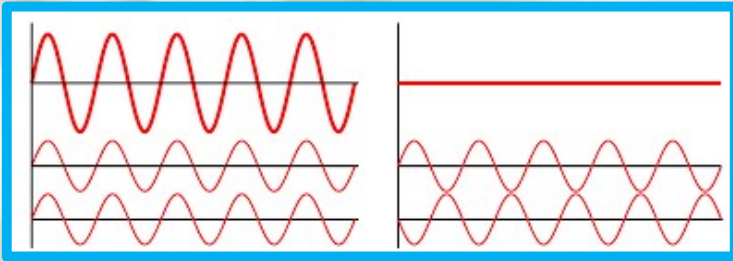
$$F_e = mg \tan \theta$$

نیرو در طرف چپ معادله فوق به حاصل ضرب بارها بستگی دارد و با عدم تساوی بارها حاصل ضرب آنها تغییر نمی کند

سوال: اگر جرمها با هم مساوی نمی بودند، چطور؟

پاسخ: بله، زیرا تقارن در زاویه با عدم تساوی جرمها به هم می خورد و ما فقط با یک زاویه روبه رو نیستیم (در این حالت زاویه جرمهای 1 و 2 با هم متفاوت می شود)

با استفاده از اصل برهم‌نهی میدان الکتریکی مجموعه‌ای از ذرات را می‌توان به راحتی به صورت زیر حساب کرد



$$\mathbf{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

مثال: میدان الکتریکی دو قطبی زیر را
در یک نقطه روی محور y -ها حساب
کنید

$$q_1 = 7 \mu\text{C}$$

$$q_2 = -5 \mu\text{C}$$

$$E_1 = k_e \frac{|q_1|}{r_1^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(7.0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.40 \text{ m})^2}$$

$$= 3.9 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\mathbf{E}_1 = 3.9 \times 10^5 \hat{\mathbf{j}} \text{ N/C}$$

$$E_2 = k_e \frac{|q_2|}{r_2^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2) \frac{(5.0 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.50 \text{ m})^2}$$

$$= 1.8 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = (1.1 \times 10^5 \hat{\mathbf{i}} + 2.5 \times 10^5 \hat{\mathbf{j}}) \text{ N/C}$$

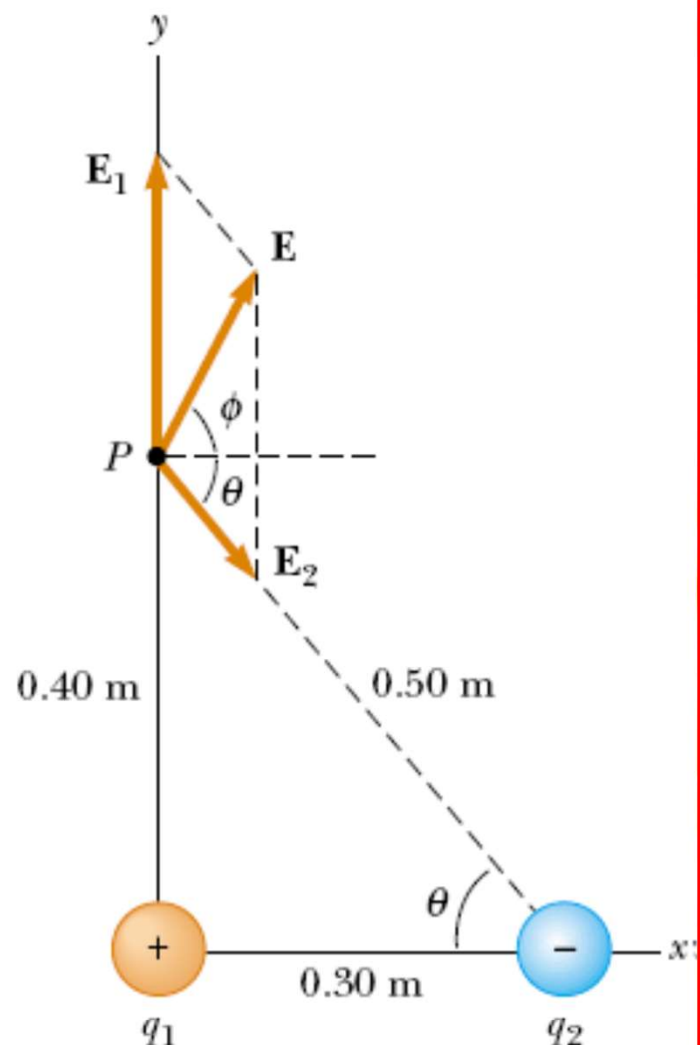
x component

$$E_2 \cos \theta = \frac{3}{5} E_2$$

y component

$$-E_2 \sin \theta = -\frac{4}{5} E_2$$

$$\mathbf{E}_2 = (1.1 \times 10^5 \hat{\mathbf{i}} - 1.4 \times 10^5 \hat{\mathbf{j}}) \text{ N/C}$$



$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$$

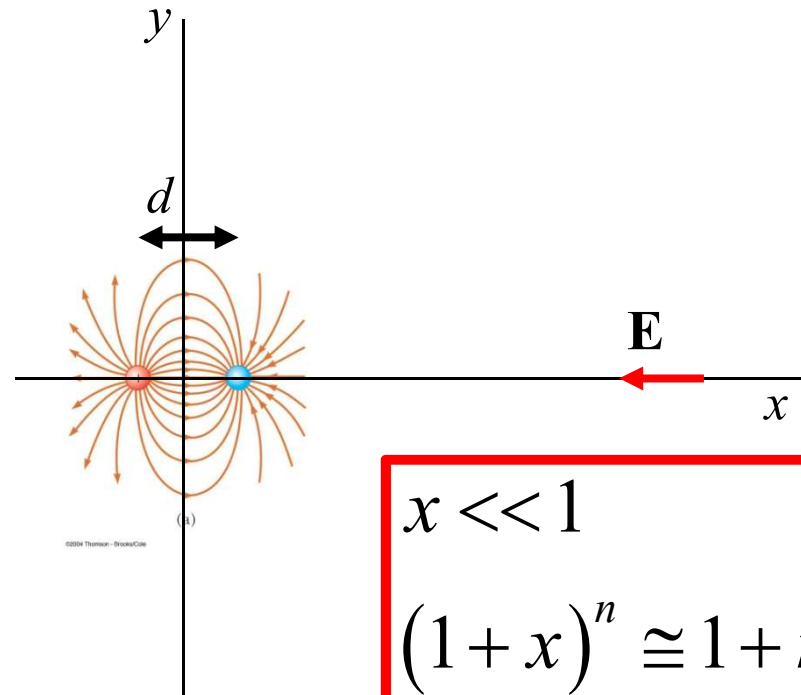
مثال: میدان الکتریکی دو قطبی زیر را در یک نقطه
بسیار دور روی محور x -ها حساب کنید

$$= \frac{q\hat{\mathbf{x}}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \right)$$

$$= \frac{q\hat{\mathbf{x}}}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2x}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2x}\right)^2} \right)$$

$$\approx \frac{q\hat{\mathbf{x}}}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x^2} \left(\left(1 - \frac{d}{x}\right) - \left(1 + \frac{d}{x}\right) \right)$$

$$\approx -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{x^3} \hat{\mathbf{x}} = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{x^3} \hat{\mathbf{x}}$$



$$x \ll 1$$

$$(1+x)^n \approx 1+nx$$

$$x \gg d \Rightarrow \left(1 + \frac{d}{x}\right)^n \approx 1 + \frac{nd}{x}$$

دو قطبی الکتریکی: $p = qd$

Dipole moment: $p = qd$

مثال: نشان دهید که میدان دو بار q زیر در فواصل دور همانند میدان یک $2q$ است

روش هندسی:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$E_1 = E_2 = k_e \frac{q}{r^2} = k_e \frac{q}{y^2 + a^2}$$

$$\sin\theta = y/r$$

$$E = 2E_1 \sin\theta$$

$$E = 2k_e \frac{q}{y^2 + a^2} \frac{y}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

روش جبری:

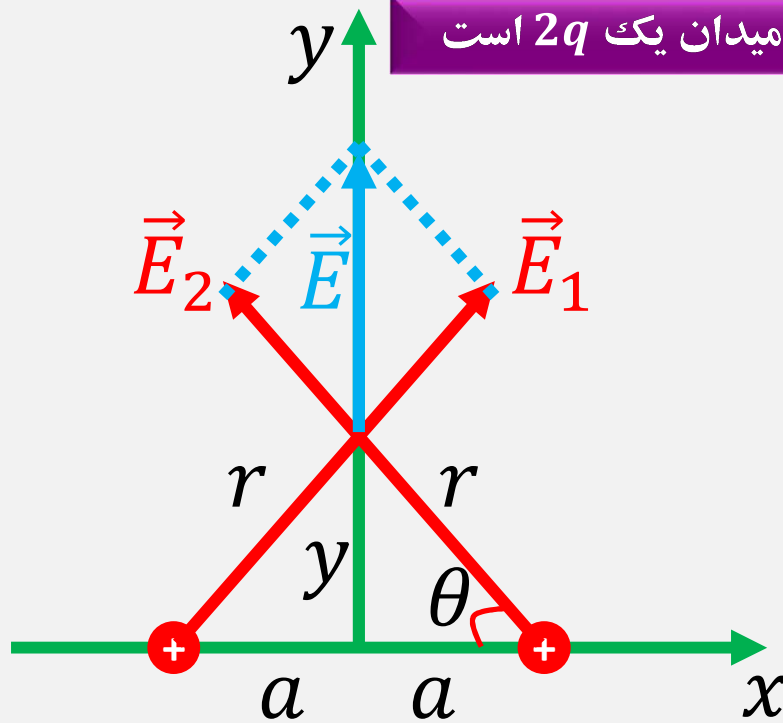
$$\vec{E}_1 = k_e \frac{q}{y^2 + a^2} \frac{(a\hat{i} + y\hat{j})}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

$$\vec{E}_2 = k_e \frac{q}{y^2 + a^2} \frac{(-a\hat{i} + y\hat{j})}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

$$\vec{E} = 2k_e \frac{q}{y^2 + a^2} \frac{y\hat{j}}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

که سازگار با روش هندسی است

و جهت را هم به دست می دهد



$$\vec{E} = 2k_e \frac{q}{y^2 + a^2} \frac{y\hat{j}}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

$$E = 2k_e \frac{qy}{(y^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$E = 2k_e \frac{qy}{(y^2(1 + a^2/y^2))^{3/2}}$$

$$E = 2k_e \frac{qy}{y^3(1 + a^2/y^2)^{3/2}}$$

$$E = 2k_e \frac{q}{y^2} \left(1 + \frac{a^2}{y^2}\right)^{-3/2}$$

$$E \approx 2k_e \frac{q}{y^2} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{a^2}{y^2}\right)$$

$$E \approx k_e \frac{2q}{y^2}$$

مثال: میدان الکتریکی دو قطبی زیر را در یک نقطه بسیار دور روی محور y -ها حساب کنید

$$E_1 = E_2 = k_e \frac{q}{r^2} = k_e \frac{q}{y^2 + a^2}$$

$$\cos \theta = a/r = a/(y^2 + a^2)^{1/2}$$

$$E = 2E_1 \cos \theta = 2k_e \frac{q}{(y^2 + a^2)} \frac{a}{(y^2 + a^2)^{1/2}}$$

$$= k_e \frac{2qa}{(y^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$E = k_e 2aq(y^2 + a^2)^{-3/2}$$

$$= k_e 2aqy^{-3} \left(1 + \frac{a^2}{y^2}\right)^{-3/2}$$

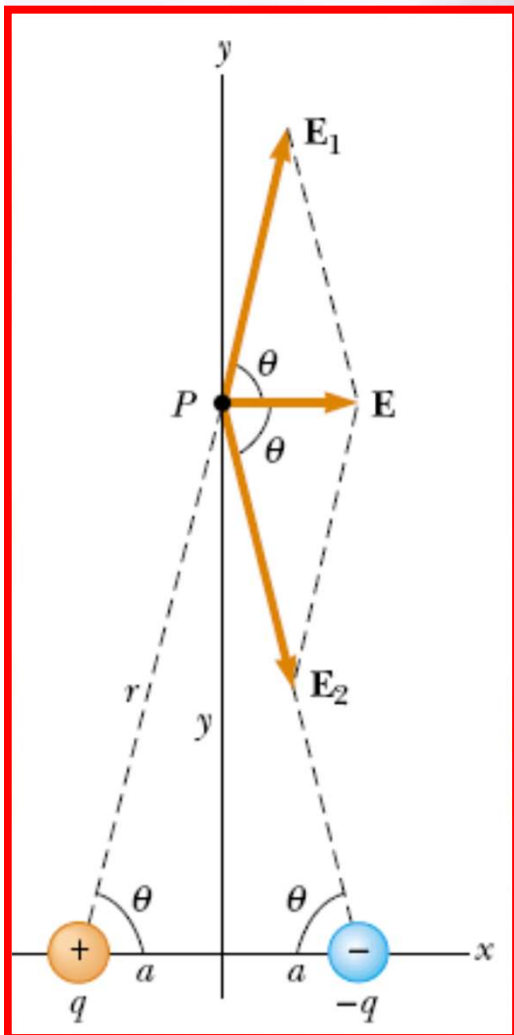
$$x \ll 1$$

$$(1 + x)^n \cong 1 + nx$$

$$\approx \frac{k_e 2aq}{y^3} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{a^2}{y^2}\right)$$

$$\approx \frac{k_e 2aq}{y^3}$$

$$= k_e \frac{p}{y^3}$$

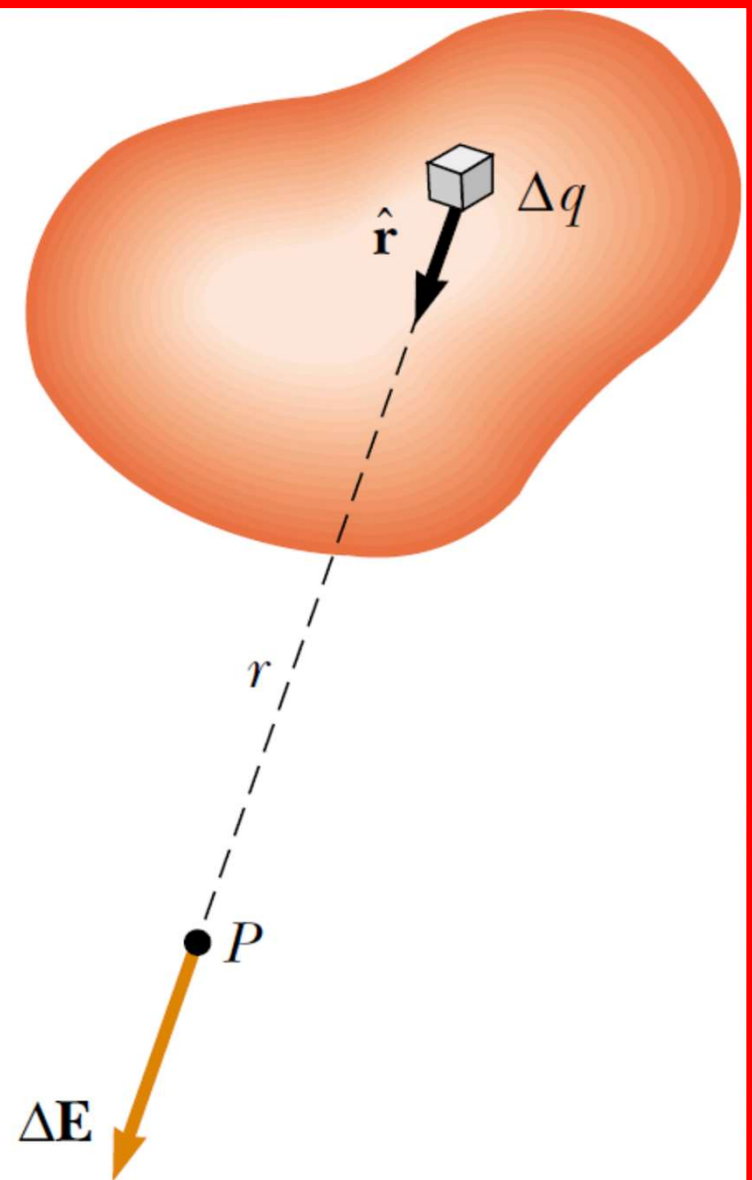


میدان الکتریکی یک توزیع بار پیوسته

$$\Delta \mathbf{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$

$$\mathbf{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$



انواع توزیع بارها

توزیع بارهای یکنواخت

توزیع بارهای غیر یکنواخت

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

چگالی بار حجمی

$$dq = \rho dV$$

چگالی بار حجمی

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

چگالی بار سطحی

$$dq = \sigma dA$$

چگالی بار سطحی

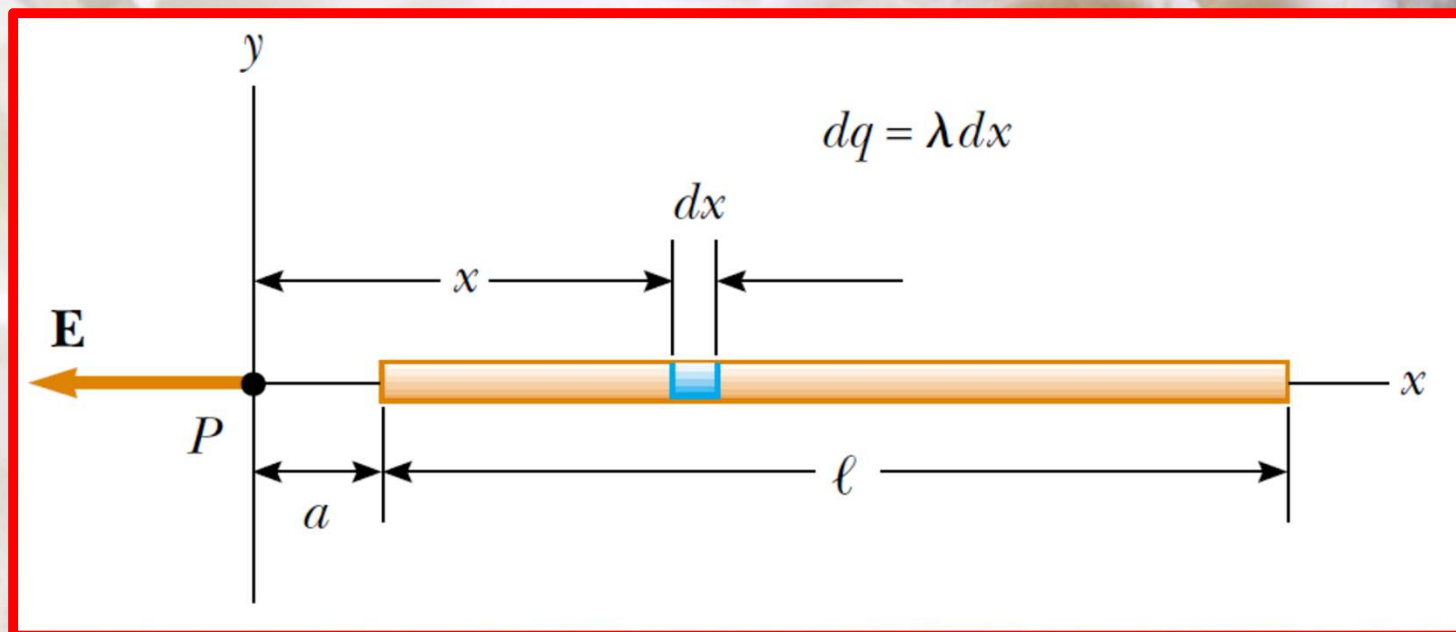
$$\lambda = \frac{Q}{l}$$

چگالی بار خطی

$$dq = \lambda dl$$

چگالی بار خطی

مثال: میدان الکتریکی میله نشان داده شده در شکل که به طور یکنواخت باردار شده است را در مبدا محاسبه کنید



$$dE = k_e \frac{dq}{x^2}$$

$$= k_e \frac{\lambda dx}{x^2}$$

$$E = k_e \lambda \int_a^{\ell+a} \frac{dx}{x^2}$$

$$= k_e \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_a^{\ell+a}$$

$$= k_e \lambda \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\ell + a} \right)$$

$$= \frac{k_e Q}{a(\ell + a)}$$

سوال: اگر از میله خیلی دور شویم میدان آن به چه شکلی در خواهد آمد؟

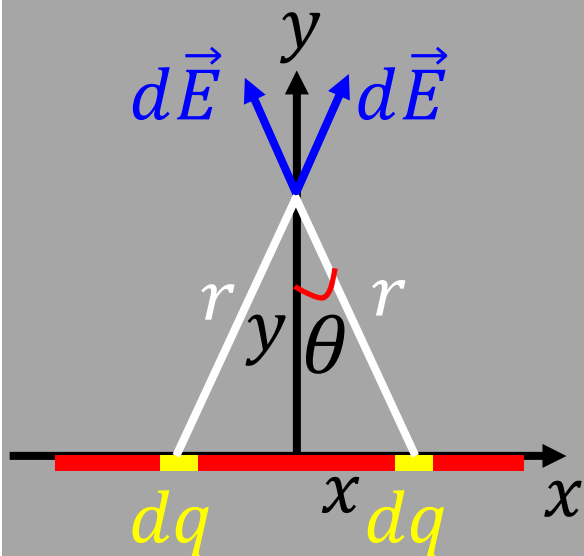
$$a \gg \ell$$

$$a/\ell \rightarrow \infty$$

$$E \approx k_e Q/a^2$$

پس میدان میله در فواصل دور شبیه میدان یک بار نقطه ای خواهد شد

مثال: میدان الکتریکی یک میله با طول بینهایت نشان داده شده در شکل که به طور یکنواخت باردار شده است را در در فاصله y از آن محاسبه کنید



$$dE_x = dE \sin \theta = \frac{k_e dq}{r^2} \sin \theta$$

$$dE_y = dE \cos \theta = \frac{k_e dq}{r^2} \cos \theta$$

$$dq = \lambda dl$$

$$dl = dx$$

$$dq = \lambda dx$$

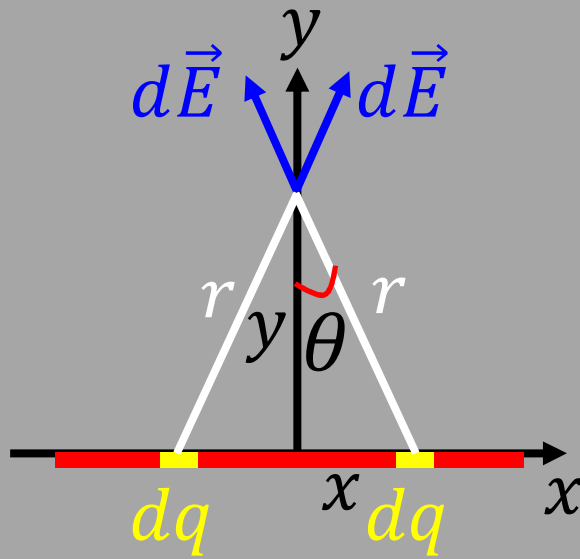
$$E_x = \int dE_x = 0$$

$$E_y = \int dE_y = \int \frac{k_e dq}{r^2} \cos \theta$$

بنابر تقارن

$$\tan \theta = x/y \quad x = y \tan \theta$$

روشن هندی



$$E_y = \int \frac{k_e dq}{r^2} \cos\theta$$

$$dq = \lambda dx$$

$$x = y \tan\theta$$

$$dx = y(1 + \tan^2\theta) d\theta$$

$$r^2 = x^2 + y^2$$

$$r^2 = y^2(1 + \tan^2\theta)$$

$$E_y = k_e \lambda y \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{(1 + \tan^2\theta) d\theta}{y^2(1 + \tan^2\theta)} \cos\theta$$

$$E_y = \frac{2k_e \lambda}{y}$$

$$E_y = k_e \lambda / y \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\theta d\theta$$

$$E_y = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y}$$

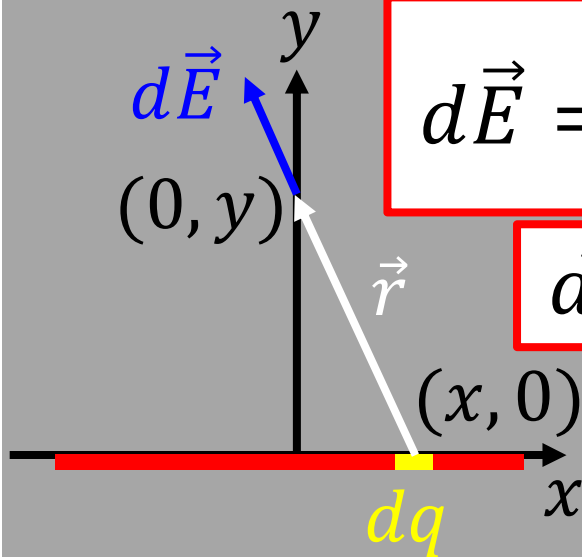
$$E_x = 0$$

$$E_y = k_e \lambda / y \sin\theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$E_y = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$

روش جبری:



$$d\vec{E} = \frac{k_e dq}{r^2} \hat{r}$$

$$dq = \lambda dl$$

$$dl = dx$$

$$dq = \lambda dx$$

$$\vec{r} = -x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{-x\hat{i} + y\hat{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$d\vec{E} = \frac{k_e \lambda dx}{x^2 + y^2} \frac{-x\hat{i} + y\hat{j}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$d\vec{E} = \frac{k_e \lambda dx (-x\hat{i} + y\hat{j})}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = k_e \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx (-x\hat{i} + y\hat{j})}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = k_e \lambda \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx(-x\hat{i} + y\hat{j})}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\vec{E} = k_e \lambda \left[-\hat{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{xdx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} + y\hat{j} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{xdx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I_1 = \int \frac{u du}{u^3}$$

$$I_1 = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \Big|_{-\infty}^{\infty}$$

$$u^2 = x^2 + y^2$$

$$I_1 = \int u^{-2} du$$

$$I_1 = -0 + 0 = 0$$

$$2u du = 2x dx$$

$$u du = x dx$$

$$I_1 = -\frac{1}{u}$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I_2 = \frac{1}{y^3} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{y(1 + \tan^2 \theta) d\theta}{(1 + \tan^2 \theta)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(y^2 \left(1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2\right)\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I_2 = \frac{1}{y^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}$$

$$I_2 = \frac{1}{y^3} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\left(1 + \left(\frac{x}{y}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I_2 = \frac{1}{y^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta$$

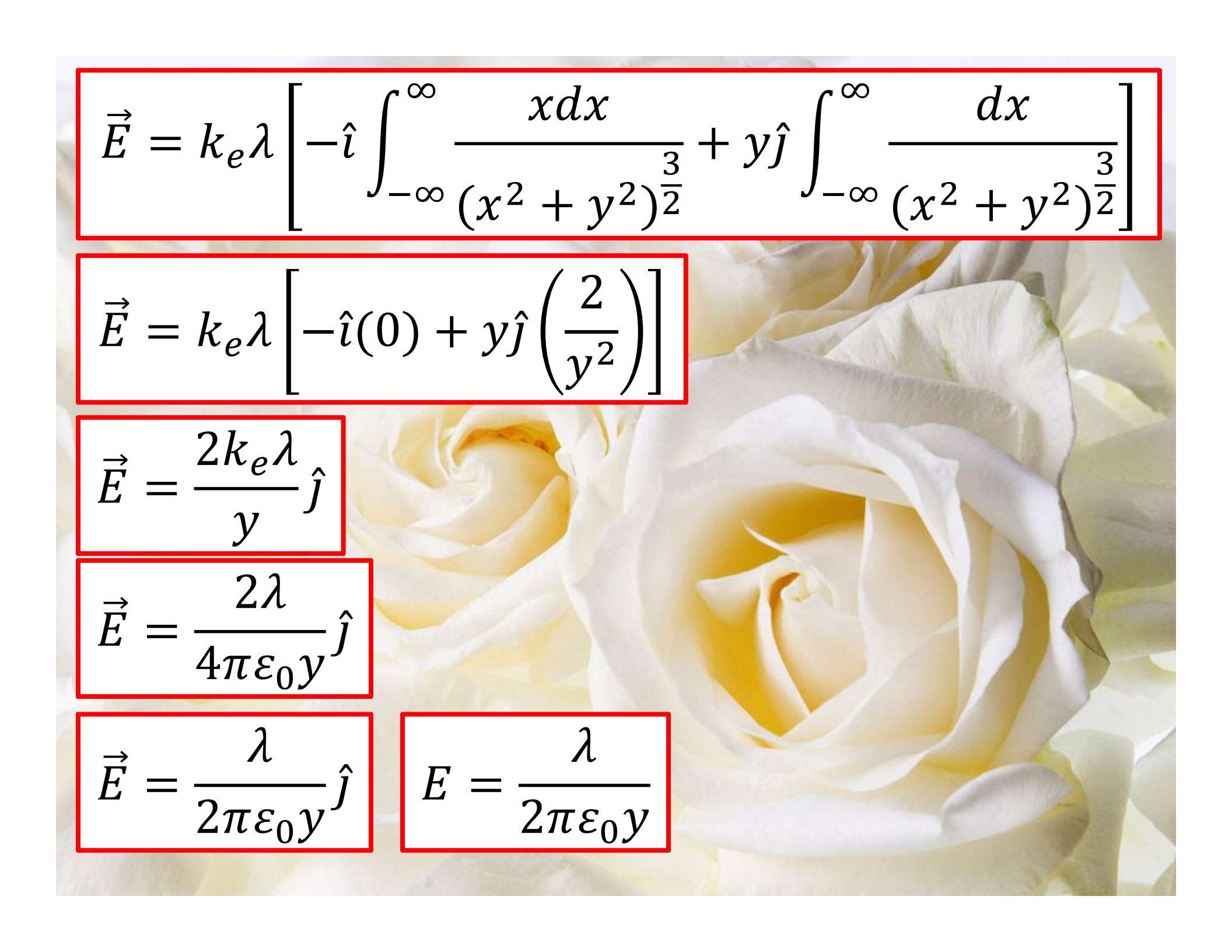
$$\frac{x}{y} = \tan \theta$$

$$x = y \tan \theta$$

$$I_2 = \frac{1}{y^2} \sin \theta \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$dx = y(1 + \tan^2 \theta) d\theta$$

$$I_2 = \frac{2}{y^2}$$


$$\vec{E} = k_e \lambda \left[-\hat{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} + y \hat{j} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

$$\vec{E} = k_e \lambda \left[-\hat{i}(0) + y \hat{j} \left(\frac{2}{y^2} \right) \right]$$

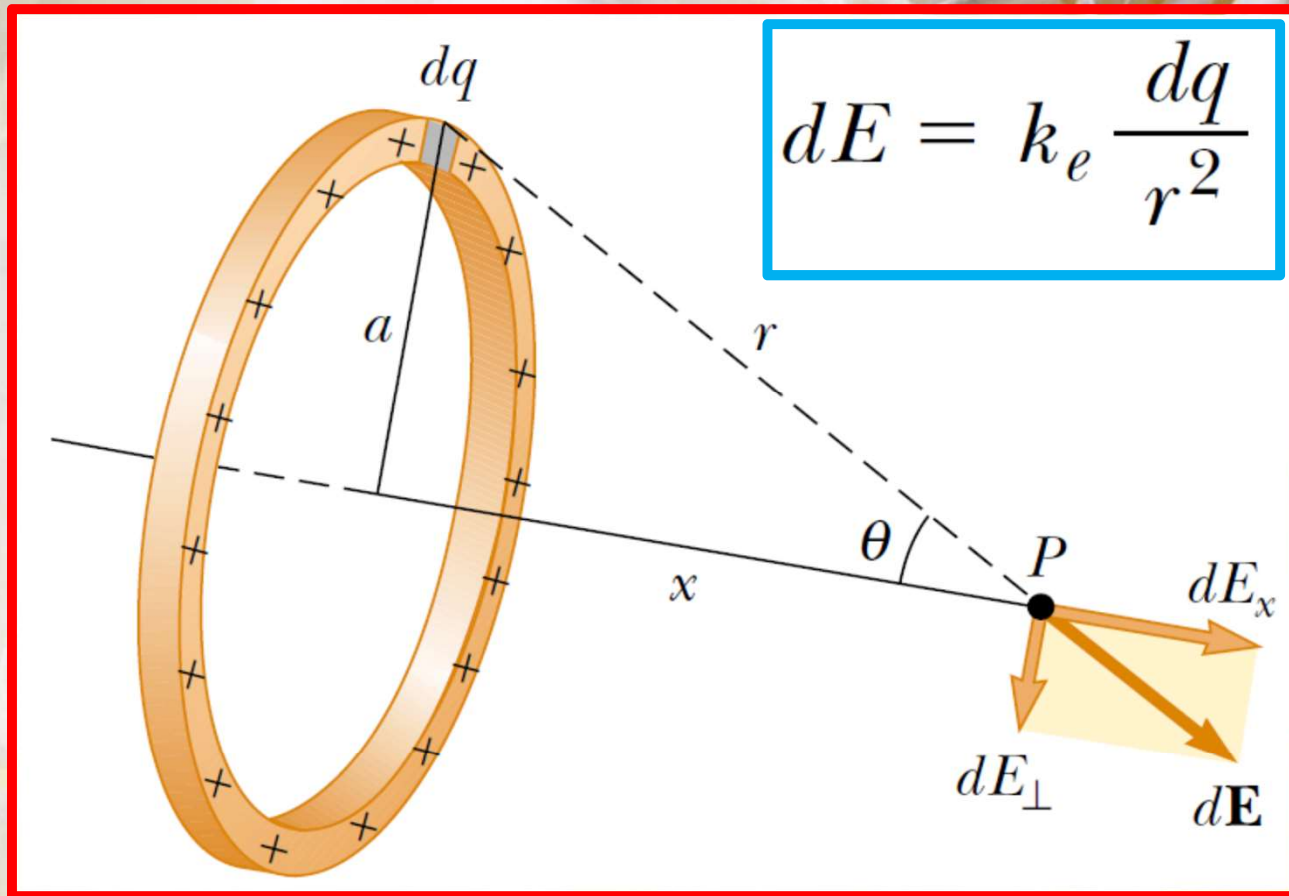
$$\vec{E} = \frac{2k_e \lambda}{y} \hat{j}$$

$$\vec{E} = \frac{2\lambda}{4\pi\epsilon_0 y} \hat{j}$$

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y} \hat{j}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 y}$$

مثال: میدان الکتریکی حلقه نشان داده شده در شکل که به طور یکنواخت باردار شده است را در یک نقطه روی محور آن محاسبه کنید

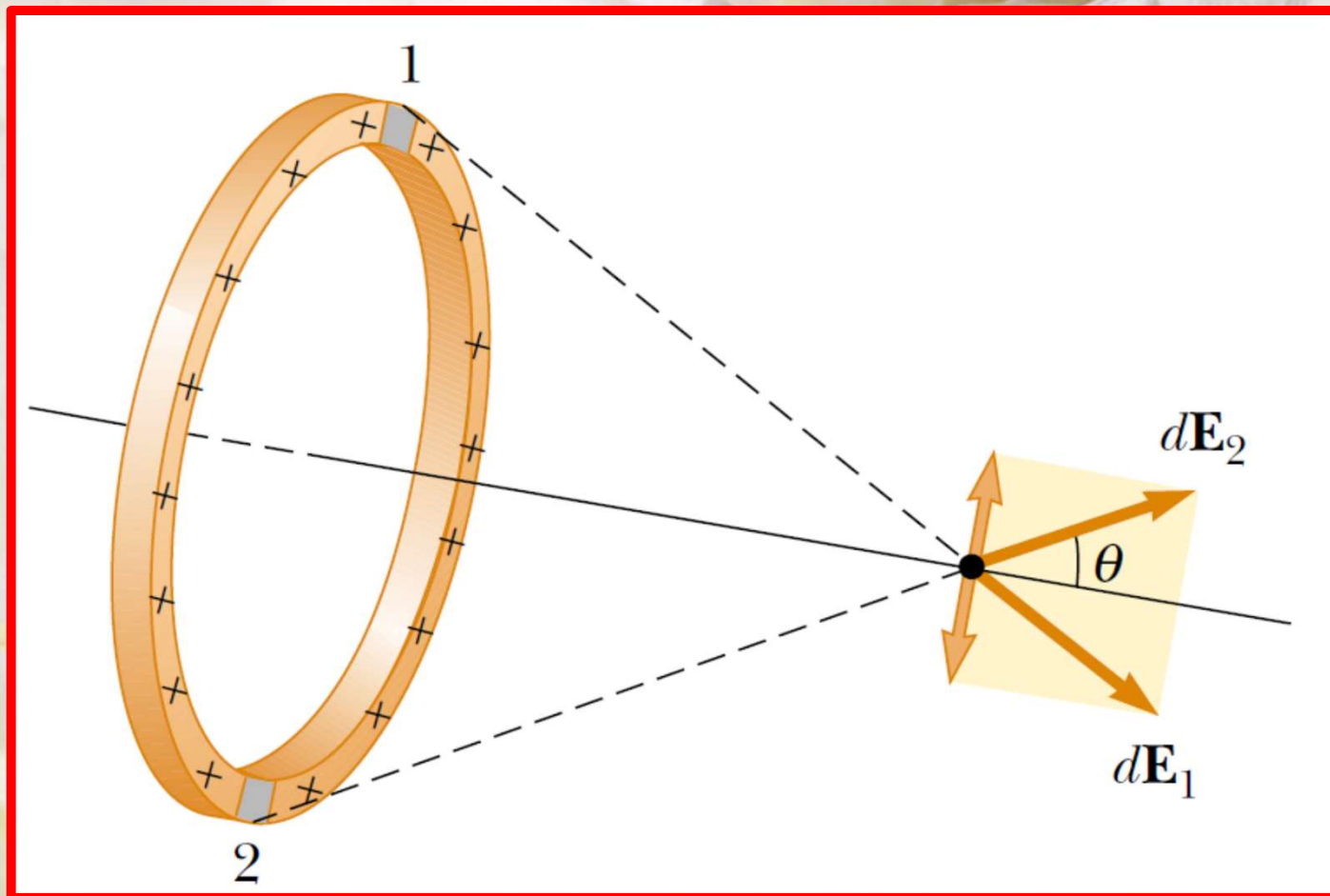


$$dE = k_e \frac{dq}{r^2}$$

$$r = (x^2 + a^2)^{1/2}$$

بر اساس تقارن میدان فقط می تواند مولفه در راستای محور حلقه داشته باشد

زیرا مولفه های عمود بر محور حلقه یکدیگر را خنثی می کنند



$$dE_x = dE \cos \theta$$

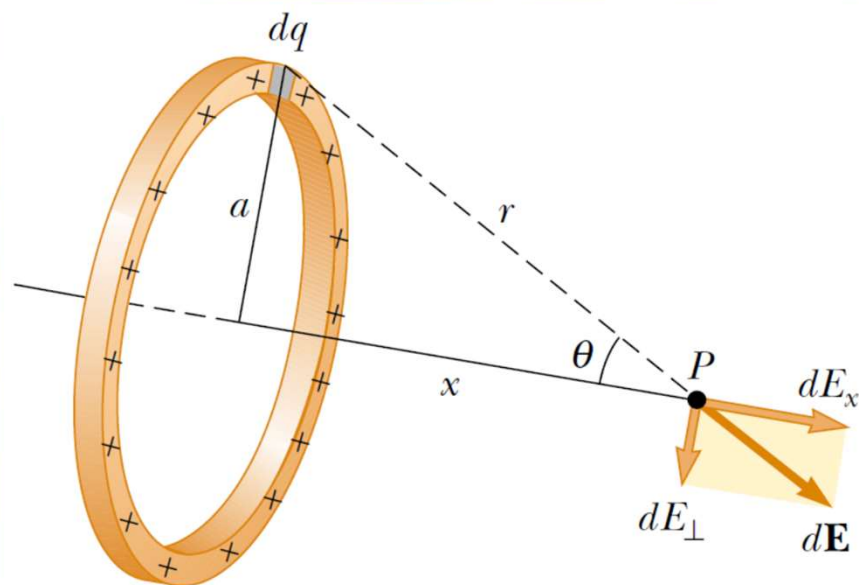
$$\cos \theta = x/r$$

$$dE = k_e \frac{dq}{r^2}$$

$$r = (x^2 + a^2)^{1/2}$$

$$= \left(k_e \frac{dq}{r^2} \right) \frac{x}{r}$$

$$= \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dq$$



$$E_x = \int \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} dq$$

$$= \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} \int dq$$

$$= \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} Q$$

تمرین: میدان
الکتریکی حلقه
باردار با توزیع بار
یکنواخت را به
روش جبری حل
کنید

سوال: اگر یک بار منفی در مرکز این حلقه قرار دهیم و اندکی آن را در امتداد محور حلقه جابه جا کنیم، آیا حلقه به محل خود باز خواهد گشت؟

بله مرکز حلقه یک مکان تعادل پایدار برای بار منفی است، زیرا:

$$x \ll a$$

فرکانس نوسان را به دست آورید:

$$E_x = \frac{k_e Q}{a^3} x$$

$$k = \frac{k_e q Q}{a^3}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$F_x = -qE_x$$

$$\omega = \sqrt{k/m}$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \omega$$

$$F_x = -\frac{k_e q Q}{a^3} x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k_e q Q}{ma^3}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{k_e q Q}{ma}}$$

$$F_x = -kx$$

که همان قانون هوک است

مثال: میدان الکتریکی دیسک نشان داده شده در شکل که به طور یکنواخت باردار شده است را در یک نقطه روی محور آن محاسبه کنید

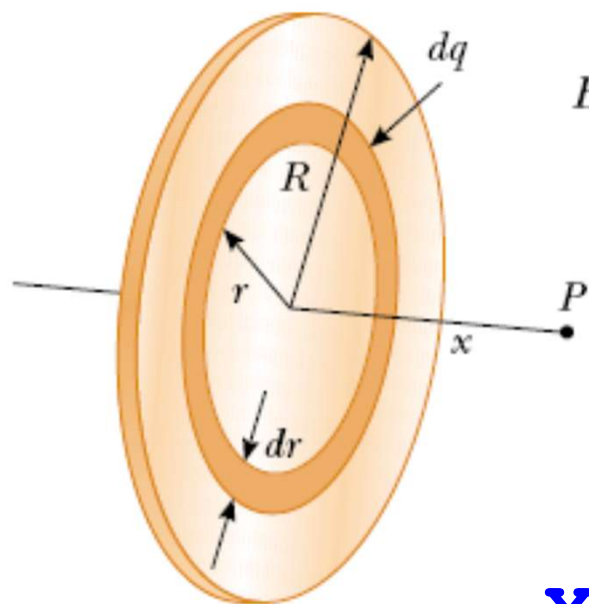
$$E_x = \frac{k_e x}{(x^2 + a^2)^{3/2}} Q$$

$$dE_x = \frac{k_e x}{(x^2 + r^2)^{3/2}} dq$$

میدان حلقه

$$dq = \sigma dA$$

$$dA = 2\pi r dr$$



$$\begin{aligned} E_x &= k_e x \pi \sigma \int_0^R \frac{2r dr}{(x^2 + r^2)^{3/2}} = k_e x \pi \sigma \int_0^R (x^2 + r^2)^{-3/2} d(r^2) \\ &= k_e x \pi \sigma \left[\frac{(x^2 + r^2)^{-1/2}}{-1/2} \right]_0^R = k_e x \pi \sigma \left[\frac{(x^2 + r^2)^{-1/2}}{-1/2} \right]_0^R \\ &= 2\pi k_e \sigma \left(1 - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \right) \end{aligned}$$

$x \ll R$

$$E_x = 2\pi k_e \sigma = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

که نشان خواهیم داد
که با میدان یم صفحه
بینهایت برابر است

$x \gg R$

تمرین: میدان الکتریکی حلقه باردار با توزیع بار
یکنواخت را به روش جبری حل کنید

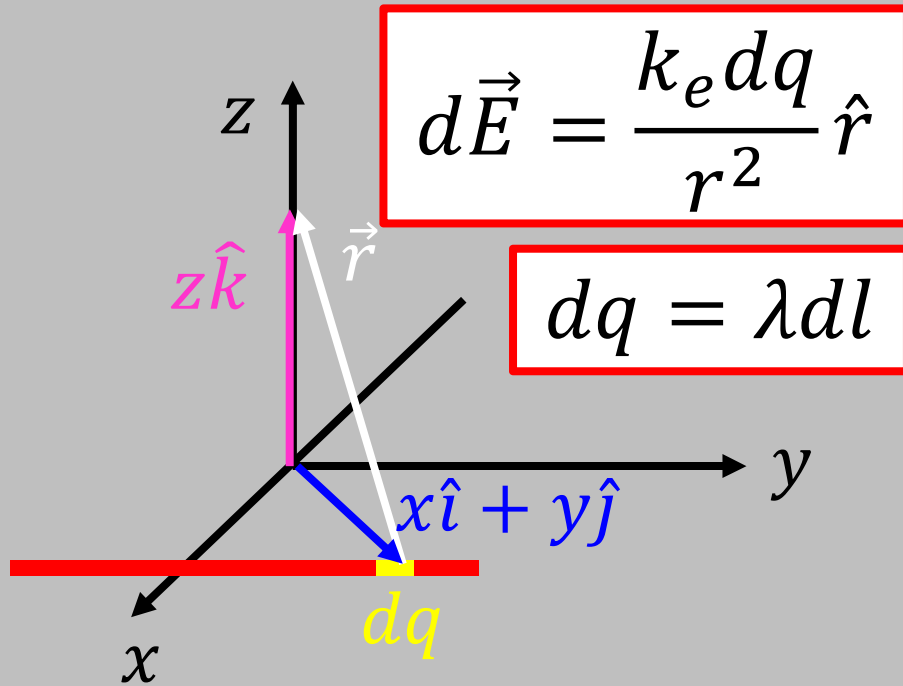
$$E = 2k_e \pi \sigma \left(1 - \frac{x}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \right)$$

سوال: میدان الکتریکی دیسک
در فواصل دور چگونه رفتار
می کند؟

$$E = 2k_e \pi \sigma \left(1 - \frac{x}{x \left(1 + \frac{R^2}{x^2} \right)^{1/2}} \right) = 2k_e \pi \sigma \left(1 - \left(1 + \frac{R^2}{x^2} \right)^{-1/2} \right)$$

$$E \approx 2k_e \pi \sigma \left(1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2} \right) \right) = 2k_e \pi \sigma \frac{1}{2} \frac{R^2}{x^2} = \frac{k_e \sigma \pi R^2}{x^2} = \frac{k_e Q}{x^2}$$

سوال: میدان الکتریکی میله بینهایت طویل زیر را به دست آورید



$$d\vec{E} = \frac{k_e dq}{r^2} \hat{r}$$

$$dq = \lambda dl$$

$$dl = dy$$

$$dq = \lambda dy$$

$$\vec{r} = z\hat{k} - x\hat{i} - y\hat{j}$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \frac{z\hat{k} - x\hat{i} - y\hat{j}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\vec{E} = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = k_e \lambda \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{(z\hat{k} - x\hat{i} - y\hat{j}) dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = k_e \int \frac{\lambda dy}{x^2 + y^2 + z^2} \frac{z\hat{k} - x\hat{i} - y\hat{j}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$\vec{E} = k_e \lambda \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{(z\hat{k} - x\hat{i} - y\hat{j})dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = k_e \lambda \left[(z\hat{k} - x\hat{i}) \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \hat{j} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{ydy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

$$I_1 = \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{ydy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I_2 = \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = u^2$$

$$2ydy = 2udu$$

$$ydy = udu$$

$$I_2 = \int \frac{udu}{u^3}$$

$$I_1 = \int \frac{du}{u^2}$$

$$I_1 = - \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right]_{-\infty}^{+\infty} = [0 - 0] = 0$$

$$I_2 = \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

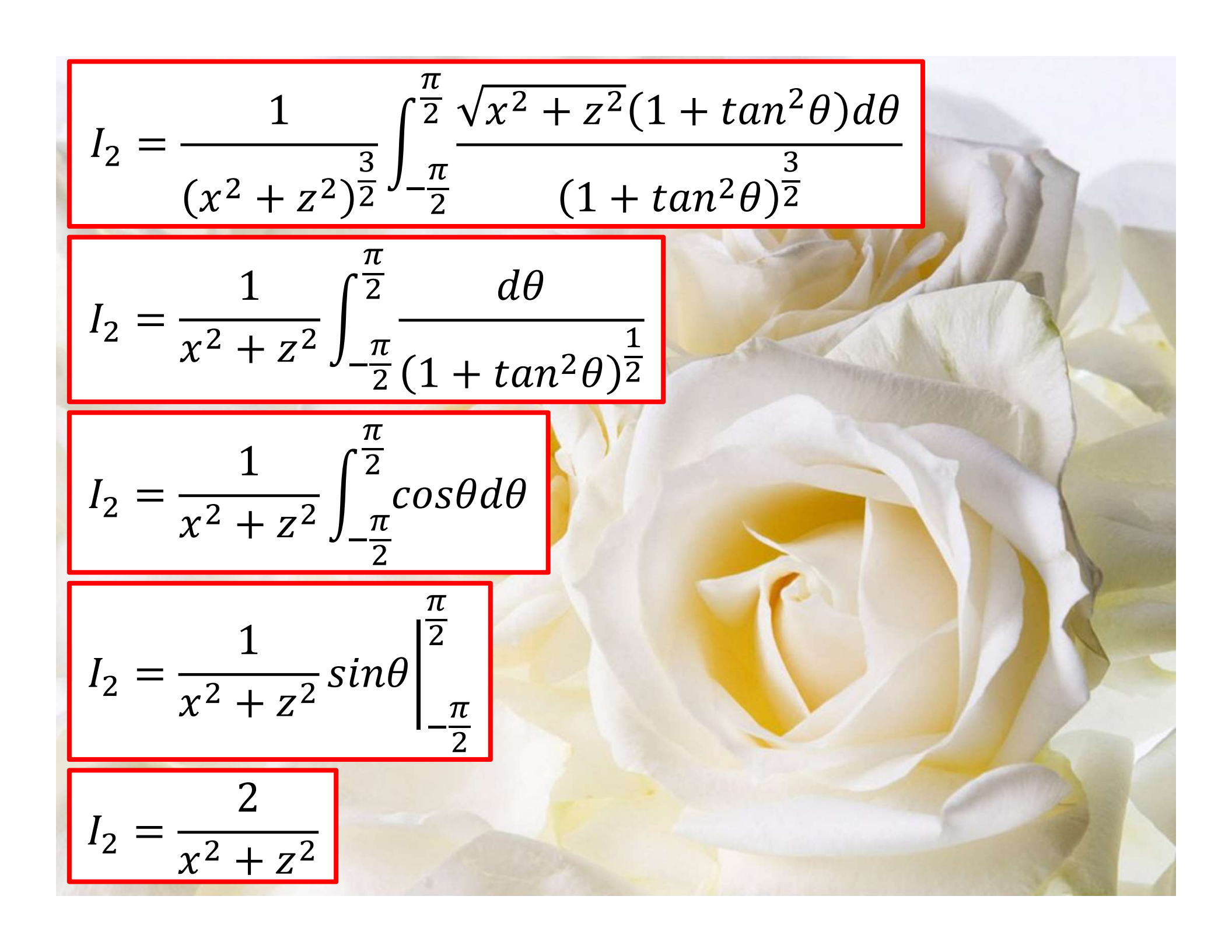
$$I_2 = \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(x^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{y^2}{x^2 + z^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I_2 = \frac{1}{(x^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{\left(1 + \left(\frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{y}{\sqrt{x^2 + z^2}} = \tan\theta$$

$$\frac{dy}{\sqrt{x^2 + z^2}} = (1 + \tan^2\theta)d\theta$$

$$dy = \sqrt{x^2 + z^2}(1 + \tan^2\theta)d\theta$$

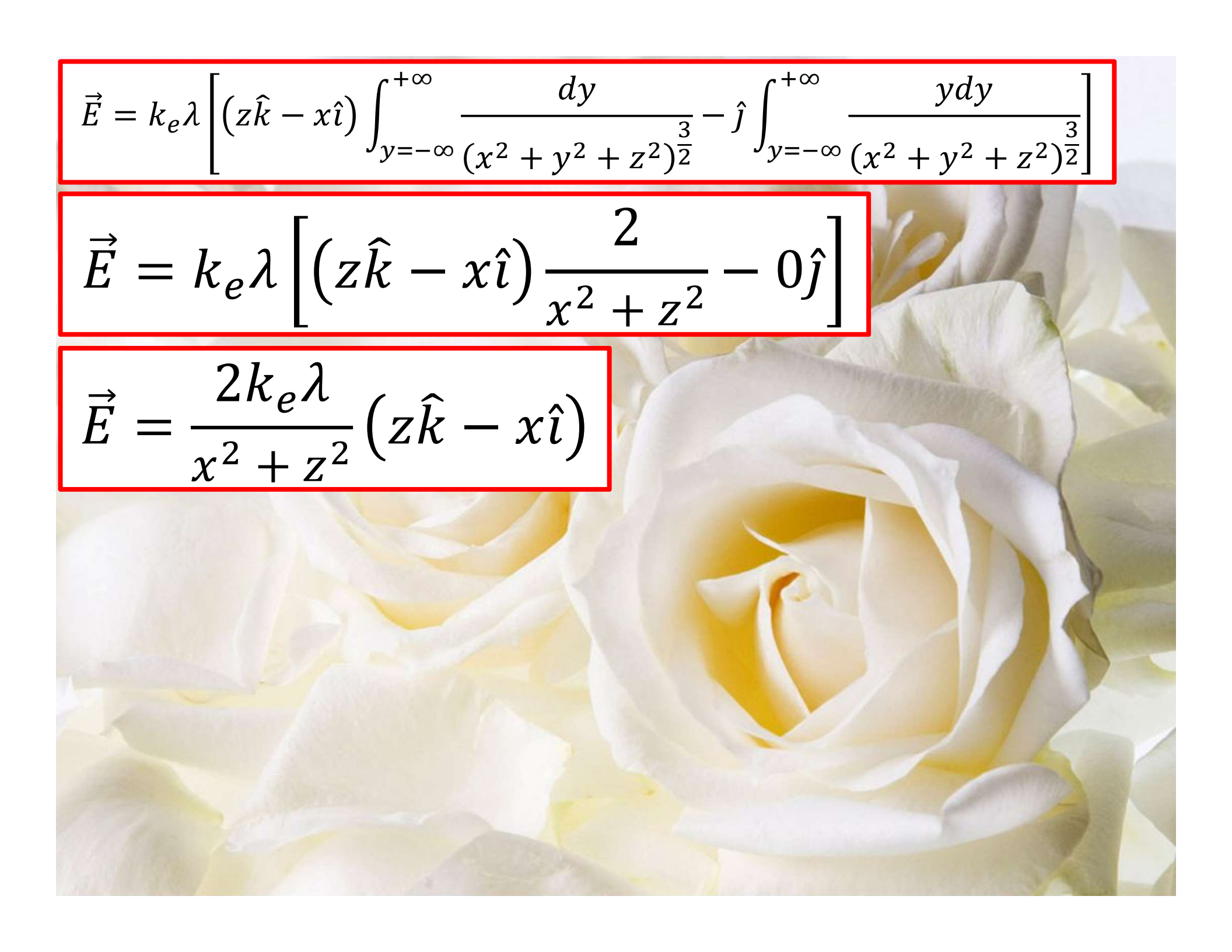

$$I_2 = \frac{1}{(x^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{x^2 + z^2} (1 + \tan^2 \theta) d\theta}{(1 + \tan^2 \theta)^{\frac{3}{2}}}$$

$$I_2 = \frac{1}{x^2 + z^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{(1 + \tan^2 \theta)^{\frac{1}{2}}}$$

$$I_2 = \frac{1}{x^2 + z^2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta$$

$$I_2 = \frac{1}{x^2 + z^2} \sin \theta \bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$$

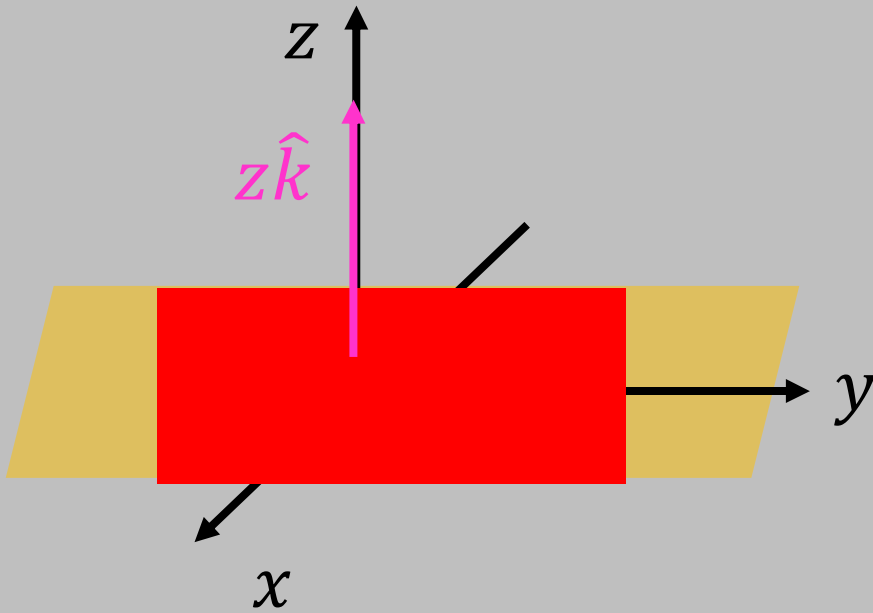
$$I_2 = \frac{2}{x^2 + z^2}$$

The background of the entire slide is a close-up photograph of several white roses. The petals are delicate and layered, with some showing a slight yellow tint. The lighting is soft, creating gentle shadows and highlights on the flower's surface.
$$\vec{E} = k_e \lambda \left[(z\hat{k} - x\hat{i}) \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} - \hat{j} \int_{y=-\infty}^{+\infty} \frac{y dy}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right]$$

$$\vec{E} = k_e \lambda \left[(z\hat{k} - x\hat{i}) \frac{2}{x^2 + z^2} - 0\hat{j} \right]$$

$$\vec{E} = \frac{2k_e \lambda}{x^2 + z^2} (z\hat{k} - x\hat{i})$$

سوال: میدان الکتریکی صفحه بینهایت طویل زیر را به دست آورید



$$d\vec{E} = \frac{2k_e\sigma dx}{x^2 + z^2} (z\hat{k} - x\hat{i})$$

$$\vec{E} = 2k_e\sigma \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + z^2} (z\hat{k} - x\hat{i})$$

$$\vec{E} = 2k_e\sigma \left(z\hat{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + z^2} - \hat{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{xdx}{x^2 + z^2} \right)$$

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{xdx}{x^2 + z^2}$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + z^2}$$

$$x^2 + z^2 = u^2$$

$$I_1 = \int \frac{du}{u}$$

$$I_1 = \ln u$$

$$2xdx = 2udu$$

$$xdx = udu$$

$$I_1 = \ln \left(\sqrt{x^2 + z^2} \right) \Big|_{-\infty}^{\infty}$$

$$I_1 = \int \frac{udu}{u^2}$$

$$I_1 = \lim_{x \rightarrow \infty} \ln \left(\frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{\sqrt{x^2 + z^2}} \right) = \ln 1 = 0$$

که نشان
می دهد
میدان
مولفه ای
در
راستای
موازی
صفحه
ندارد

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{z^2 \left(1 + \left(\frac{x}{z}\right)^2\right)}$$

$$\frac{x}{z} = \tan \theta$$

$$dx = z(1 + \tan^2 \theta) d\theta$$

$$I_2 = \int \frac{z(1 + \tan^2 \theta) d\theta}{z^2(1 + \tan^2 \theta)}$$

$$I_2 = \frac{1}{z} \int d\theta$$

$$I_2 = \frac{1}{z} \theta$$

$$I_2 = \frac{1}{z} \tan^{-1} \left(\frac{x}{z} \right) \Big|_{-\infty}^{\infty}$$

$$I_2 = \frac{1}{z} \left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2} \right) \right)$$

$$I_2 = \frac{\pi}{z}$$

$$\vec{E} = 2k_e\sigma \left(z\hat{k} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2 + z^2} - \hat{i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + z^2} \right)$$

$$\vec{E} = 2k_e\sigma \left(z\hat{k} \frac{\pi}{z} - \hat{i}0 \right)$$

$$\vec{E} = 2 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sigma\pi\hat{k}$$

$$\vec{E} = 2k_e\sigma\pi\hat{k}$$

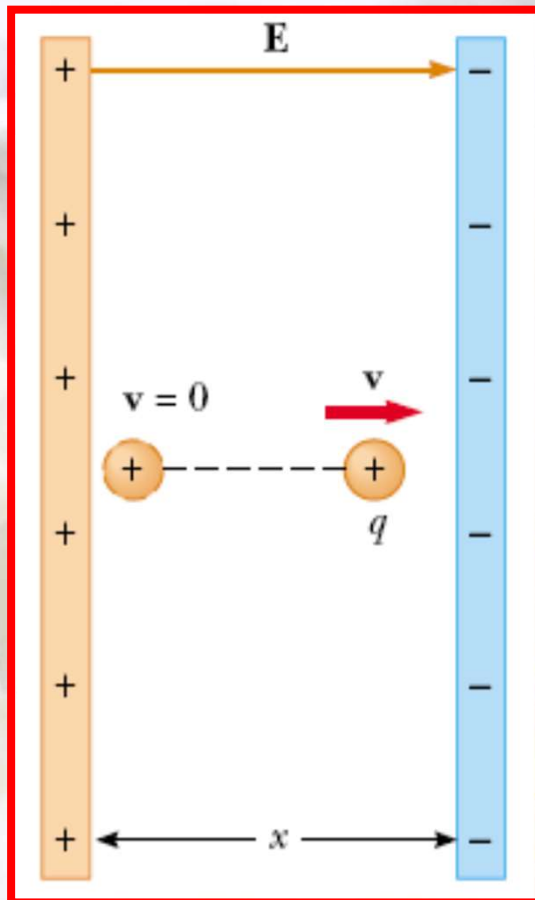
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{k}$$

یعنی میدان صفحه فقط در راستای عمود بر صفحه دارای مولفه است

که همان میدان دیسک در فواصل نزدیک است

سوال: چرا میدان با تغییر فاصله تغییر نمی کند و همواره مقدار ثابتی است؟

چون صفحه همچون یک کره با شعاع بینهایت است که نمی توان از آن گریخت



مثال: حرکت یک ذره با بار مثبت q و جرم m که از حال سکون در میدان الکتریکی افقی زیر قرار می گیرد را توصیف کنید

$$a = \frac{qE}{m}$$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{qE}{m}$$

$$dv = \frac{qE}{m} dt$$

$$\int_0^v dv = \int_0^t \frac{qE}{m} dt$$

$$v = \frac{qE}{m} \int_0^t dt$$

$$v = \frac{qE}{m} t$$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$F = ma$$

$$F = qE$$

$$qE = ma$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{qE}{m} t$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

$$K = qEx$$

$$dx = \frac{qE}{m} t dt$$

$$v = \frac{qE}{m} t$$

$$K = Fx$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{qE}{m} t dt$$

$$K = \frac{1}{2} m \left(\frac{qE}{m} t \right)^2$$

$$t = \frac{mv}{qE}$$

$$x = \frac{qE}{m} \int_0^t t dt$$

$$K = \frac{q^2 E^2}{2m} t^2$$

$$\frac{2m}{qE} x = \left(\frac{mv}{qE} \right)^2$$

$$x = \frac{qE}{m} \frac{1}{2} t^2$$

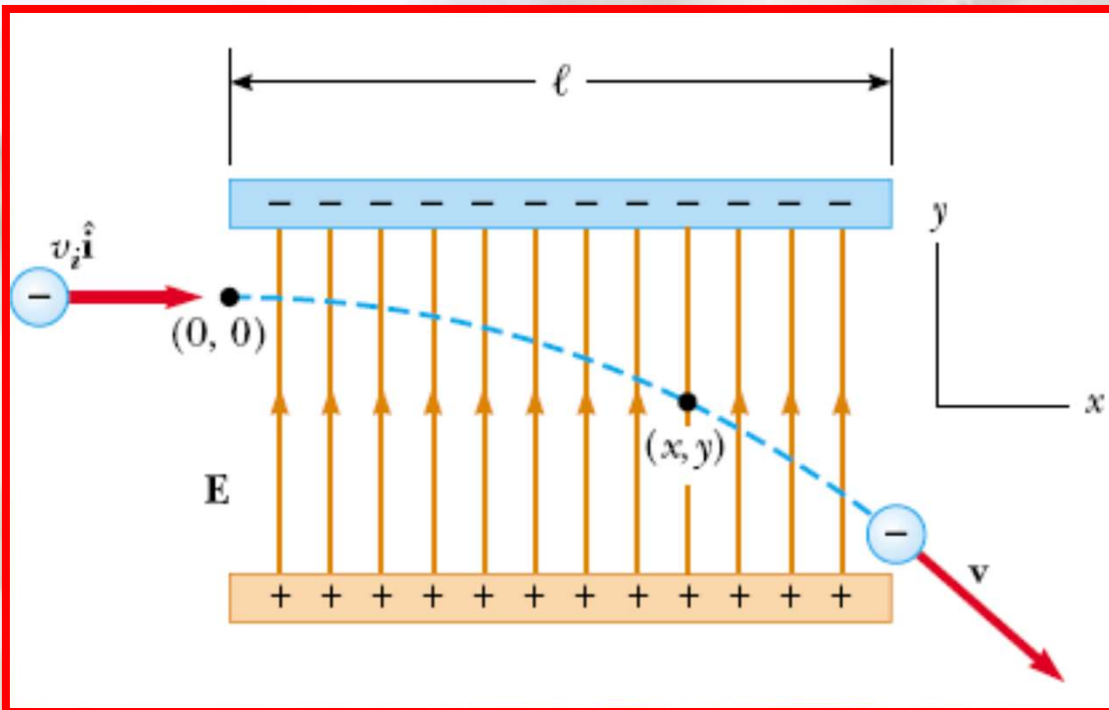
$$\frac{2m}{qE} x = t^2$$

$$v^2 = \frac{2qE}{m} x$$

$$x = \frac{qE}{2m} t^2$$

$$K = \frac{q^2 E^2}{2m} \frac{2m}{qE} x$$

$$v^2 = 2ax$$



مثال: حرکت یک الکترون
با بار $-e$ و جرم m که از
حال سکون در میدان
الکتریکی عمودی زیر قرار
می گیرد را توصیف کنید

$$0 = \frac{dv_x}{dt}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = -eE\hat{j}$$

$$-eE\hat{j} = m(a_x\hat{i} + a_y\hat{j})$$

$$-\frac{eE}{m}\hat{j} = \left(\frac{dv_x}{dt}\hat{i} + \frac{dv_y}{dt}\hat{j}\right)$$

$$-\frac{eE}{m} = \frac{dv_y}{dt}$$

$$v_x = \text{const.} = v_i$$

$$\frac{dx}{dt} = v_i$$

$$dx = v_i dt$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_i dt$$

$$x = v_i \int_0^t dt$$

$$x = v_i t$$

$$dv_y = -\frac{eE}{m} dt$$

$$\int_0^{v_y} dv_y = -\int_0^t \frac{eE}{m} dt$$

$$v_y = -\frac{eE}{m} \int_0^t dt$$

$$v_y = -\frac{eE}{m} t$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{eE}{m} t$$

$$dy = -\frac{eE}{m} t dt$$

$$\int_0^y dy = -\int_0^t \frac{eE}{m} t dt$$

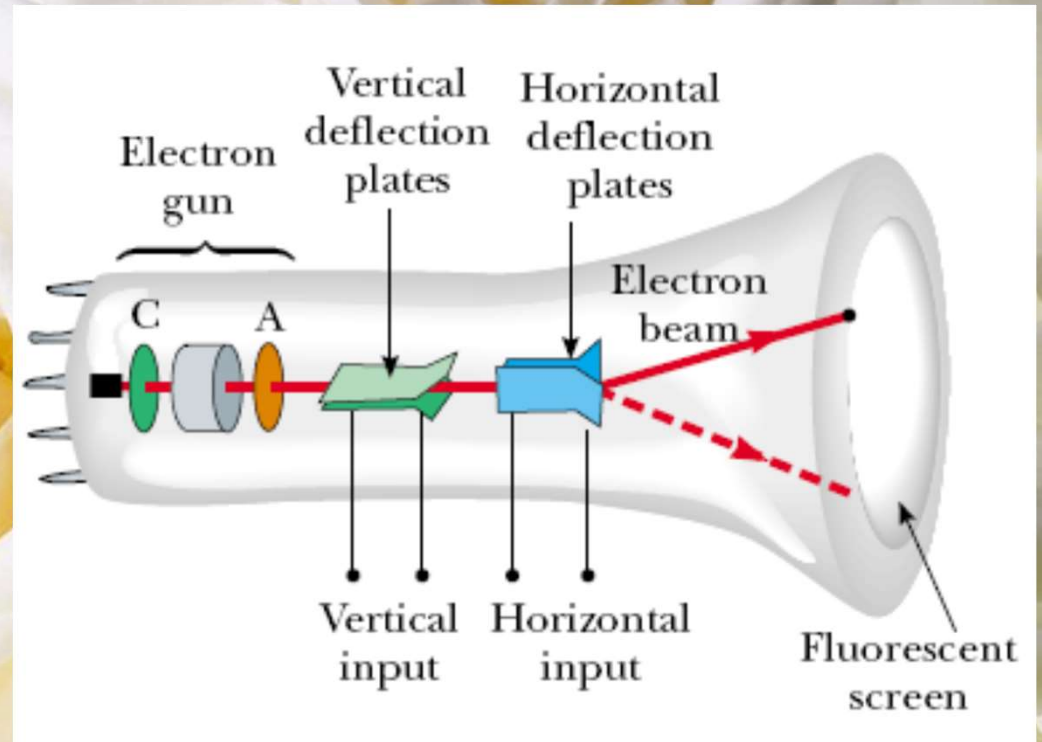
$$y = -\frac{eE}{m} \int_0^t t dt$$

$$y = -\frac{eE}{2m} t^2$$

$$t = \frac{x}{v_i}$$

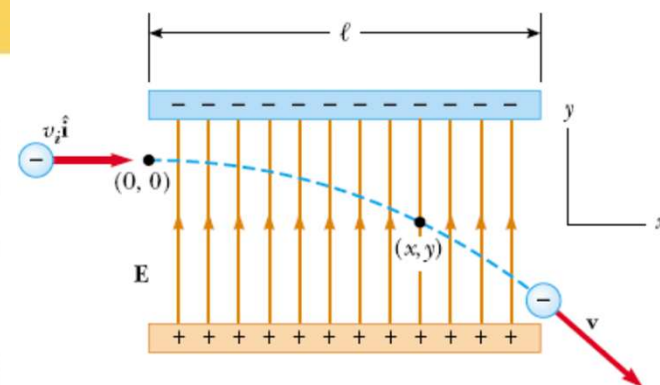
$$y = -\frac{eE}{2m} \left(\frac{x}{v_i} \right)^2$$

$$y = -\frac{eE}{2mv_i^2} x^2$$



Example 23.11 An Accelerated Electron

An electron enters the region of a uniform electric field as shown in Figure 23.26, with $v_i = 3.00 \times 10^6 \text{ m/s}$ and $E = 200 \text{ N/C}$. The horizontal length of the plates is $\ell = 0.100 \text{ m}$.



(A) Find the acceleration of the electron while it is in the electric field.

$$\begin{aligned}\mathbf{a} &= -\frac{eE}{m_e} \hat{\mathbf{j}} = -\frac{(1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(200 \text{ N/C})}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} \hat{\mathbf{j}} \\ &= -3.51 \times 10^{13} \hat{\mathbf{j}} \text{ m/s}^2\end{aligned}$$

(B) If the electron enters the field at time $t = 0$, find the time at which it leaves the field.

$$t = \frac{\ell}{v_i} = \frac{0.100 \text{ m}}{3.00 \times 10^6 \text{ m/s}} = 3.33 \times 10^{-8} \text{ s}$$

(C) If the vertical position of the electron as it enters the field is $y_i = 0$, what is its vertical position when it leaves the field?

$$\begin{aligned}y_f &= \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{1}{2}(3.51 \times 10^{13} \text{ m/s}^2)(3.33 \times 10^{-8} \text{ s})^2 \\ &= -0.0195 \text{ m} = -1.95 \text{ cm}\end{aligned}$$