

قانون گوس

شار میدان الکتریکی

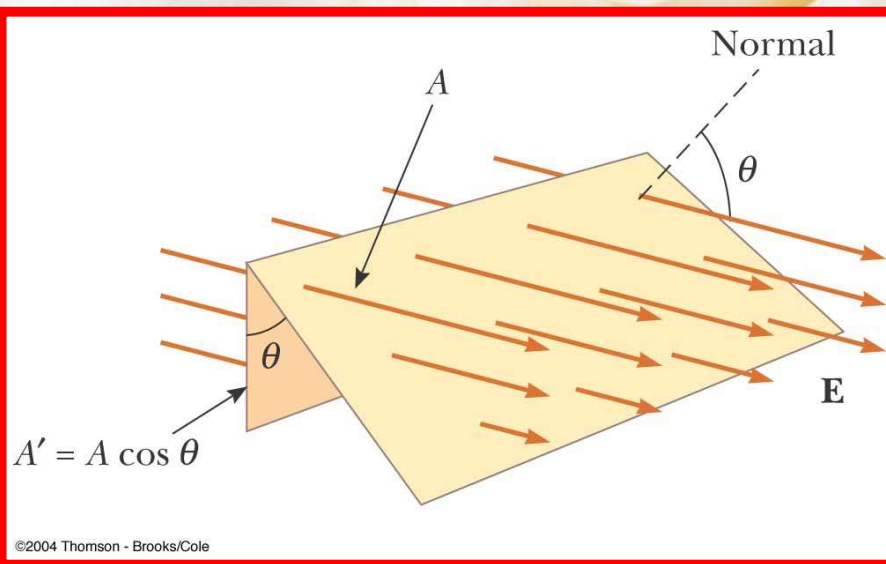
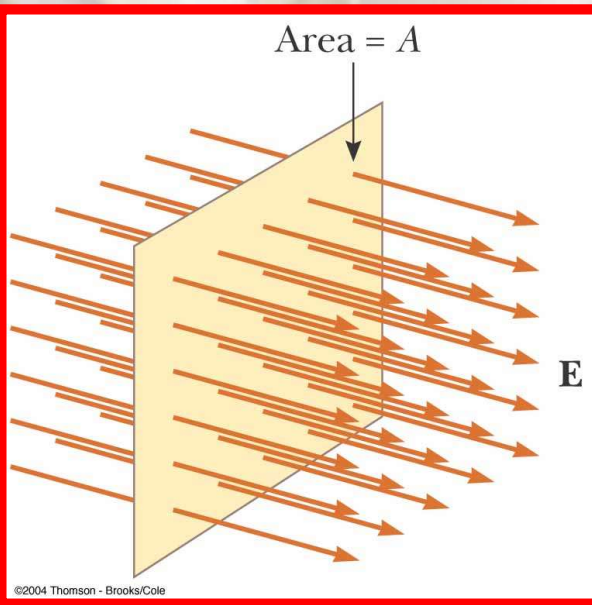
شار به معنی کمی کردن این سوال است که چه تعداد خط میدان از یک صفحه می گذرد

$$\Phi_E = EA$$

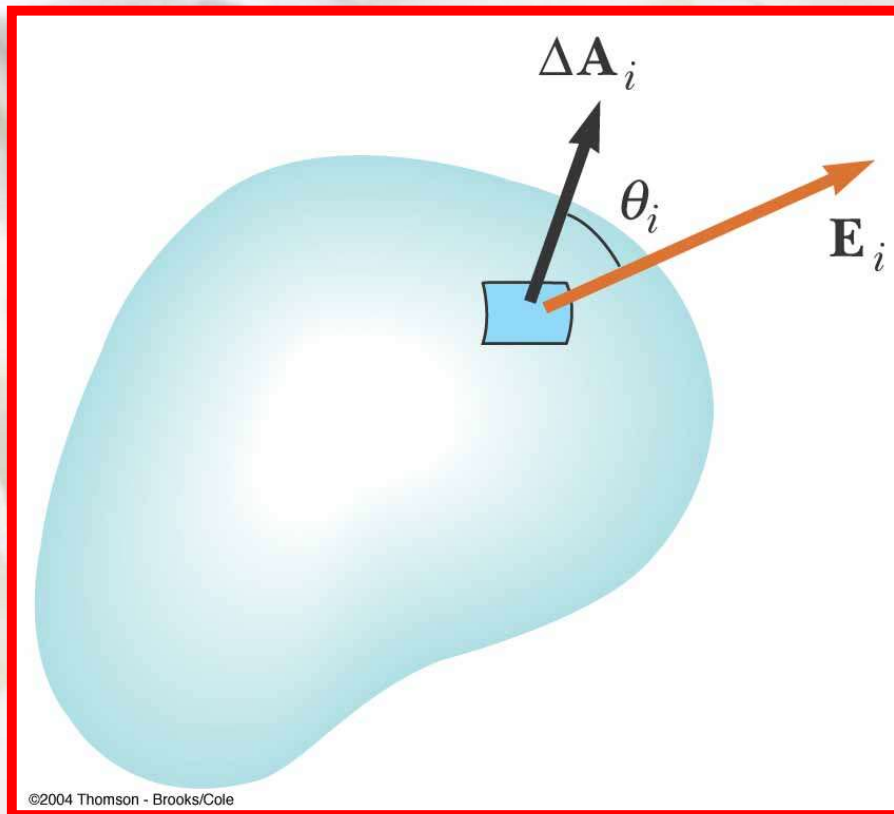
(1) اگر میدان بر صفحه عمود باشد

(2) اگر میدان بر صفحه عمود نباشد

$$\Phi_E = EA \cos \theta$$



برای تعریف شار لزومی ندارد که سطح مورد نظر مسطح باشد



مثلا برای یک سطح دلخواه غیر مسطح کافی است که یک المان مسطح مانند شکل در نظر بگیریم

و بردار المان سطح را به صورت زیر تعریف کنیم:

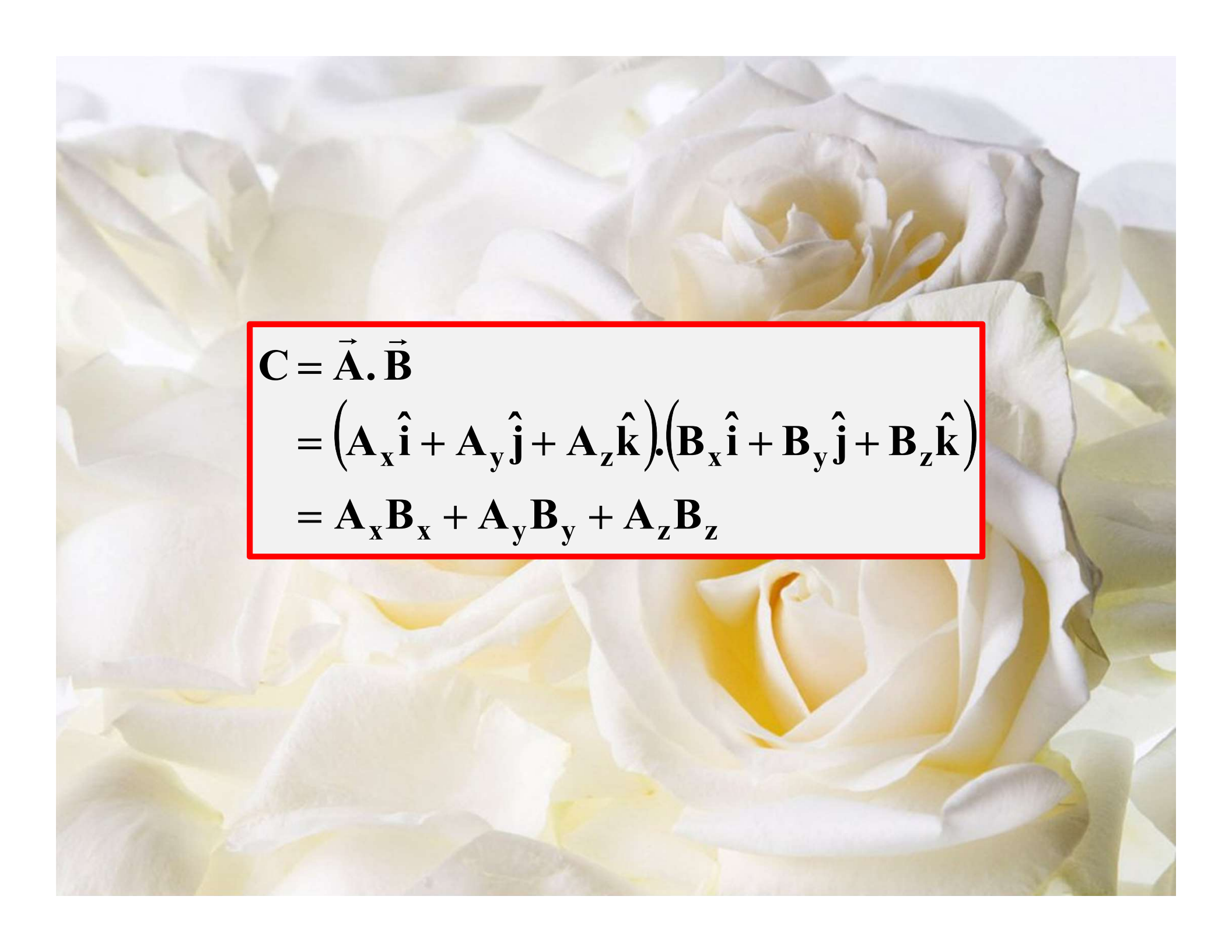
$$d\mathbf{A}$$

که در آن اندازه بردار مساحت المان مقدار مساحت را تعیین می کند

و جهت بردار مساحت المان جهت عمود بر سطح به سمت خارج را تعیین می کند

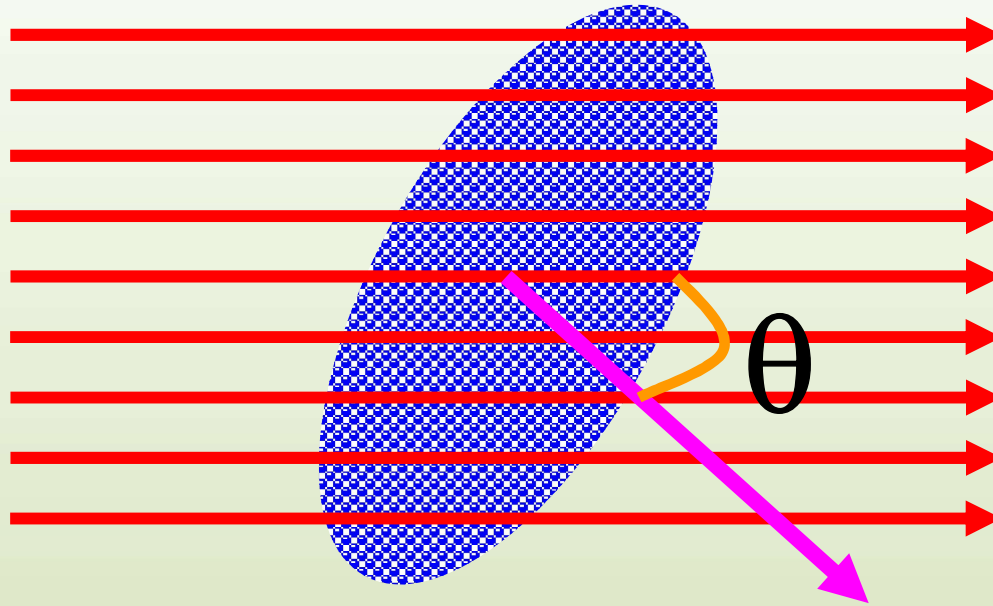
در این صورت شار گذرنده از المان سطح به صورت زیر تعریف می شود

$$d\Phi_E = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

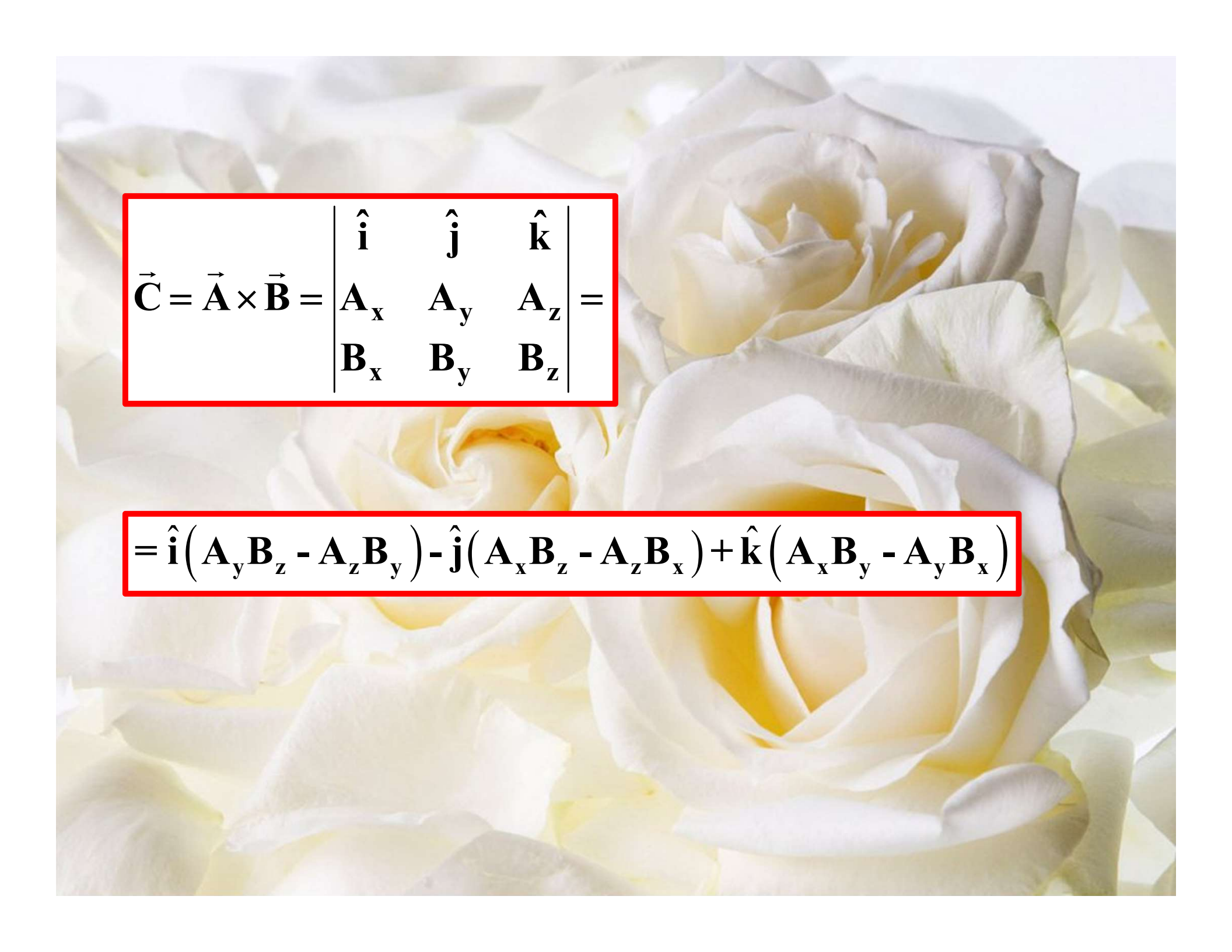
The background of the slide is a close-up photograph of several white roses. The petals are layered and show some yellowing at the edges, suggesting they might be older or a specific variety. The lighting is soft, creating gentle shadows and highlights on the flower's surface.
$$\mathbf{C} = \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}}$$

$$= (\mathbf{A}_x \hat{\mathbf{i}} + \mathbf{A}_y \hat{\mathbf{j}} + \mathbf{A}_z \hat{\mathbf{k}}) \cdot (\mathbf{B}_x \hat{\mathbf{i}} + \mathbf{B}_y \hat{\mathbf{j}} + \mathbf{B}_z \hat{\mathbf{k}})$$

$$= \mathbf{A}_x \mathbf{B}_x + \mathbf{A}_y \mathbf{B}_y + \mathbf{A}_z \mathbf{B}_z$$

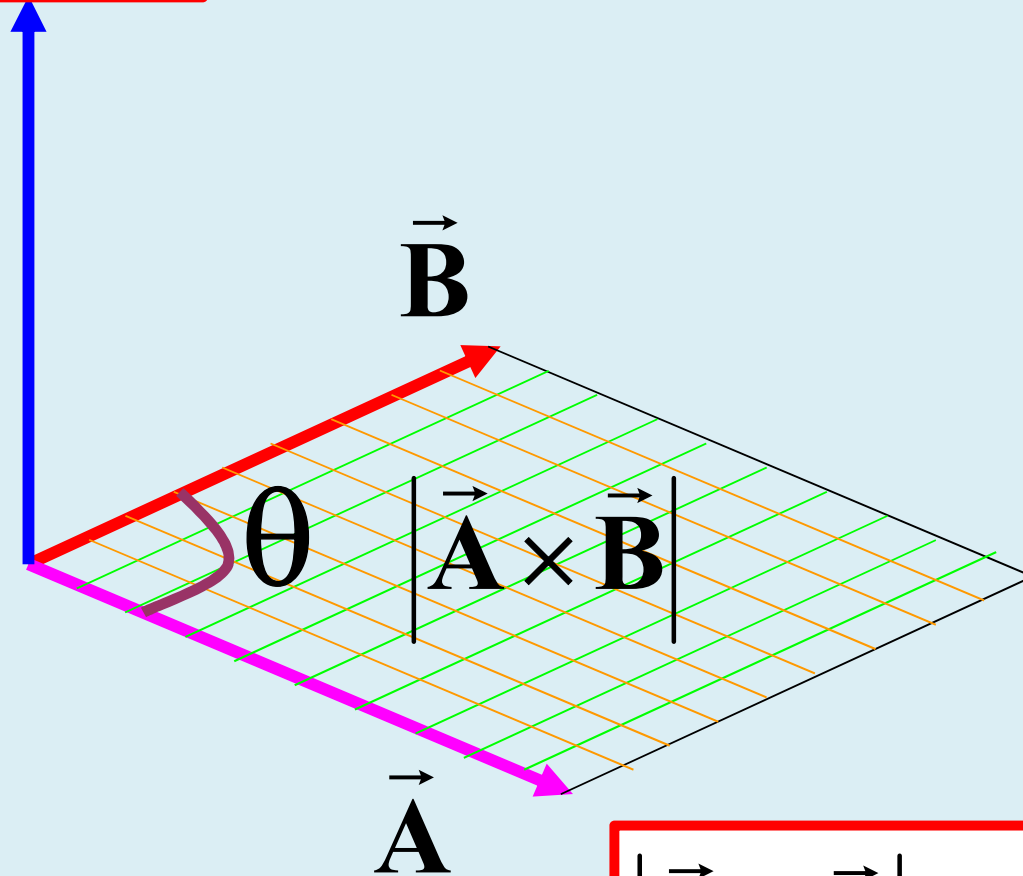


$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \vec{\mathbf{A}} \cdot \vec{\mathbf{B}} \\ &= |\vec{\mathbf{A}}| \cdot |\vec{\mathbf{B}}| \cos(\vec{\mathbf{A}}, \vec{\mathbf{B}}) = AB \cos \theta \end{aligned}$$


$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} =$$

$$= \hat{i}(A_y B_z - A_z B_y) - \hat{j}(A_x B_z - A_z B_x) + \hat{k}(A_x B_y - A_y B_x)$$

$$\vec{\mathbf{C}} = \vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}$$



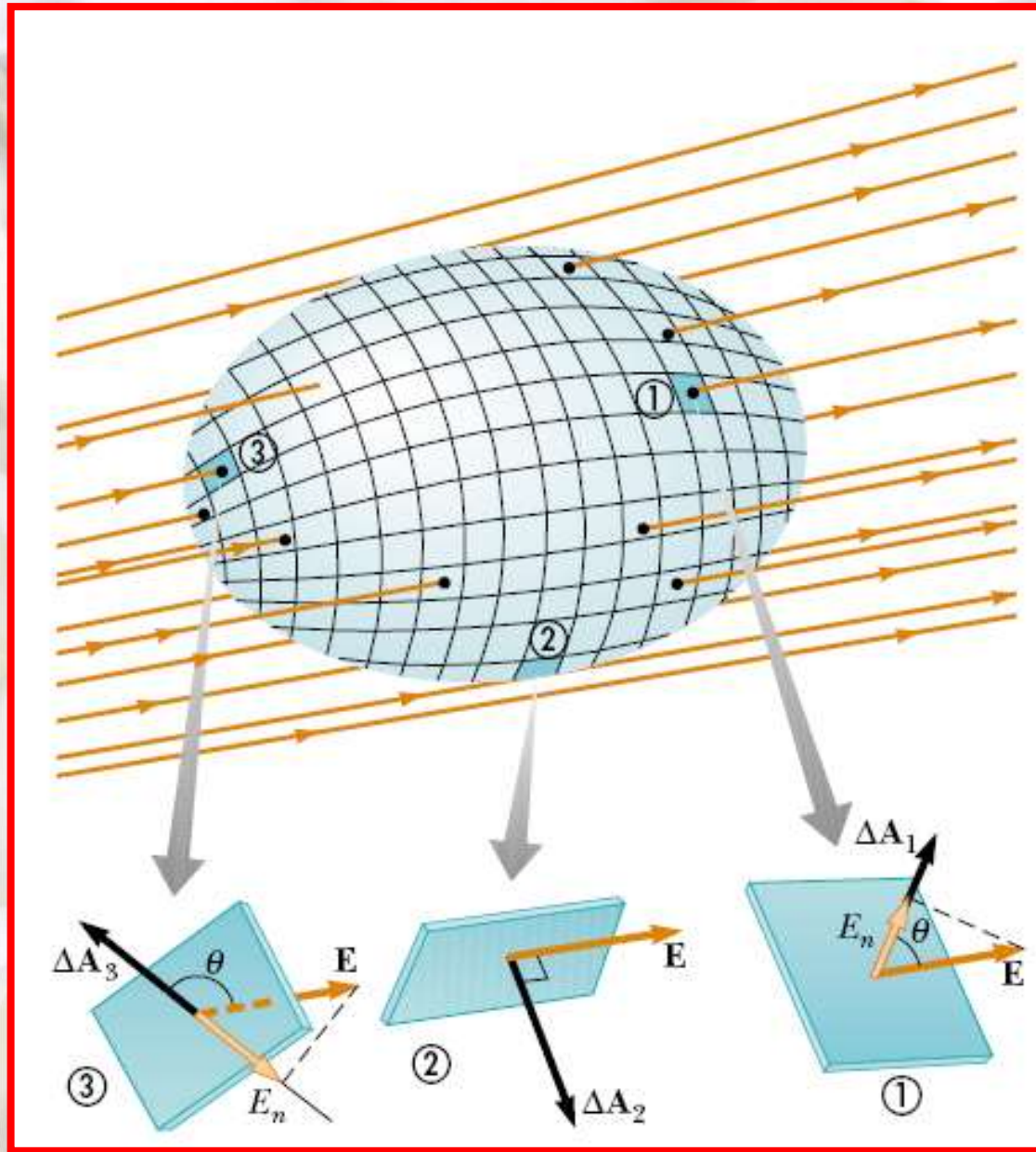
$$|\vec{\mathbf{A}} \times \vec{\mathbf{B}}| = AB \sin \theta$$

سوال: شار میدان الکتریکی گذرنده از یک کره به شعاع 1 متر که یک بار 1 میکرو کولنی در مرکز آن واقع شده است را به دست آورید:

$$E = k_e \frac{q}{r^2} = (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{1.00 \times 10^{-6} \text{ C}}{(1.00 \text{ m})^2}$$
$$= 8.99 \times 10^3 \text{ N/C}$$

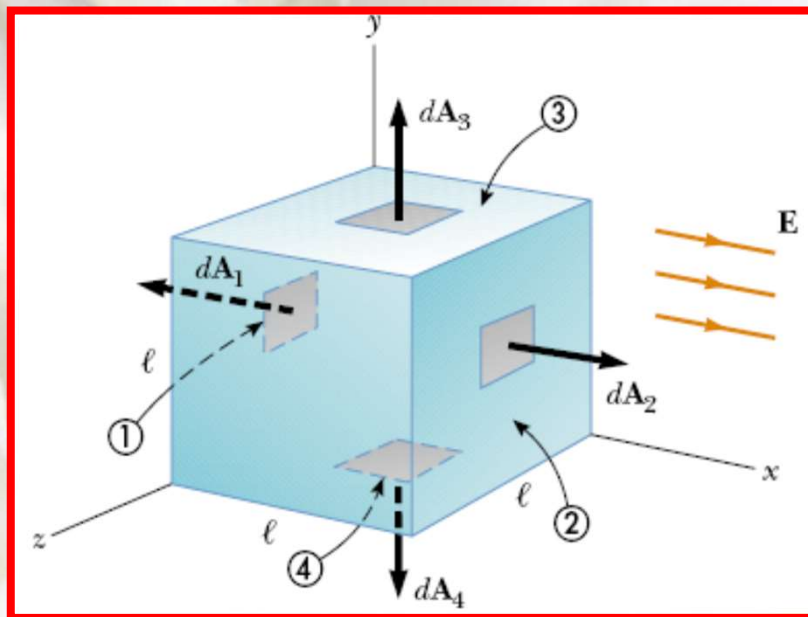
$$\Phi_E = EA = (8.99 \times 10^3 \text{ N/C})(12.6 \text{ m}^2)$$
$$= 1.13 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$$

سوال: استدلال کنید که
شار میدان الکتریکی
گذرنده از سطح دلخواه
بسته زیر باید صفر باشد:



$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E_n dA$$

سوال: شار میدان الکتریکی گذرنده از یک مکعب به ضلع ℓ توسط یک میدان الکتریکی یکنواخت در راستای محور x -ها را به دست آورید:



شار عبوری از سطوح 3 و 4 و سطوح شماره گذاری نشده برابر صفر است

زیرا میدان بر این سطوح عمود است

$$\Phi_E = \int_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} + \int_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

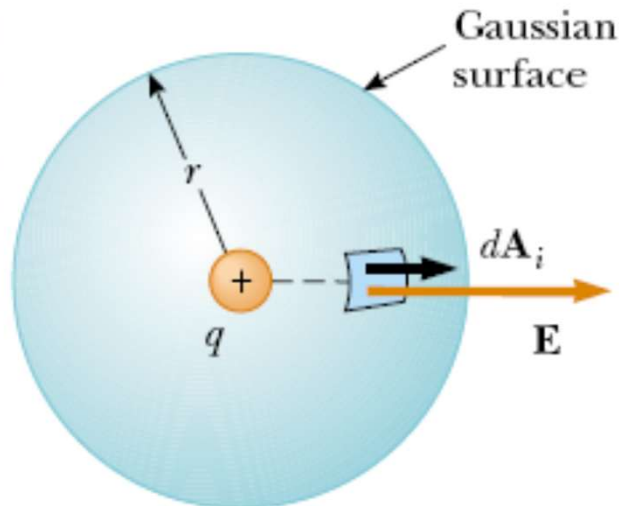
$$\int_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_1 E(\cos 180^\circ) dA = -E \int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

$$\int_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_2 E(\cos 0^\circ) dA = E \int_2 dA = +EA = E\ell^2$$

$$\Phi_E = -E\ell^2 + E\ell^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

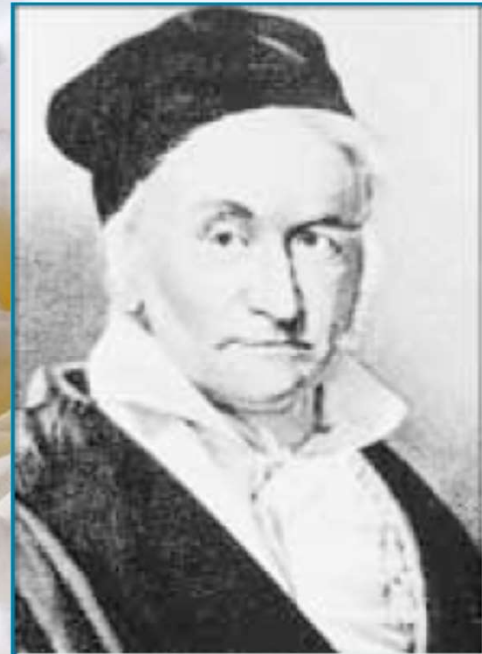
قانون گوس

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$



قانون گوس بیان می کند که شار عبوری از یک سطح بسته دلخواه همواره از رابطه زیر به دست می آید:

مثال: سوال 1 را با استفاده از قانون گوس حل کنید:



Karl Friedrich Gauss

German mathematician and astronomer (1777–1855)

$$\mathbf{E} \cdot \Delta \mathbf{A}_i = E \Delta A_i$$

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E dA = E \oint dA$$

$$\Phi_E = \frac{k_e q}{r^2} (4\pi r^2) = 4\pi k_e q$$

$$\Phi_E = 4\pi k_e q = 4\pi \frac{1}{4\pi \epsilon_0} q = \frac{q}{\epsilon_0}$$

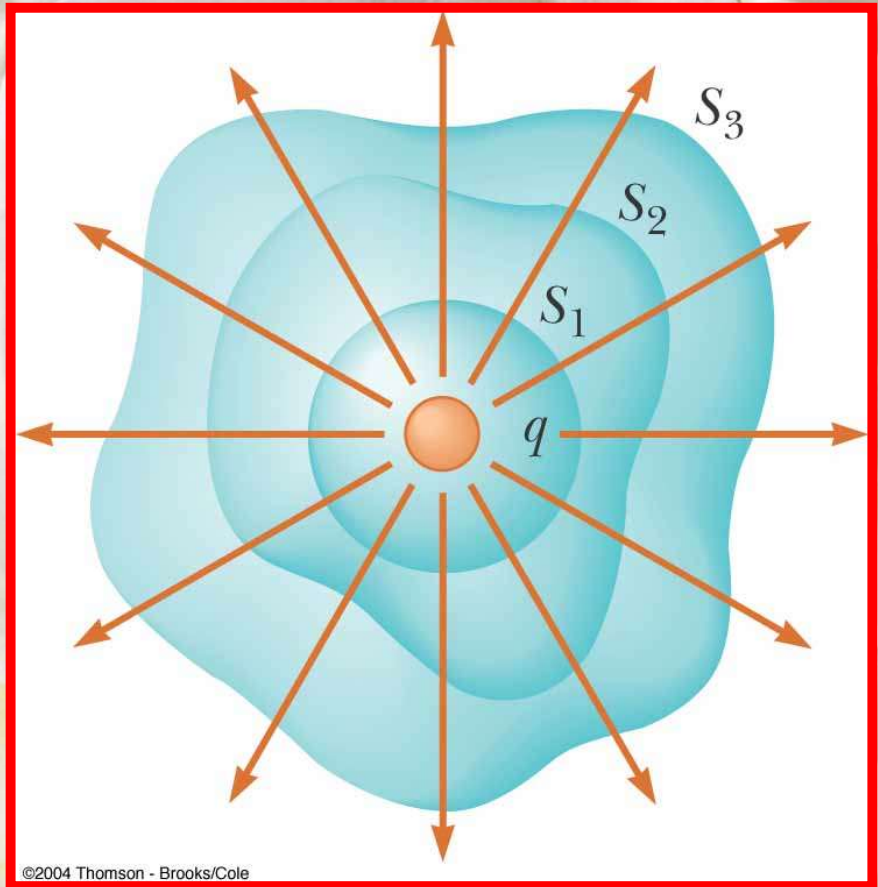
$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{1 \times 10^{-6} \text{ C}}{8.85 \times 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}} = 1.13 \times 10^5 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}}$$

همان طور که بیان شد قانون گوس برای هر سطح بسته دلخواهی همواره همواره صادق است:

شکل زیر به درک ایده گوس کمک می کند

زیرا این شکل نشان می دهد که شار عبوری از یک سطح دلخواه با شار عبوری از یک کره برابر است

شار عبوری از کره (توسط یک بار در مرکز آن) هم که قبلاً نشان دادیم از قانون گوس پیروی می کند



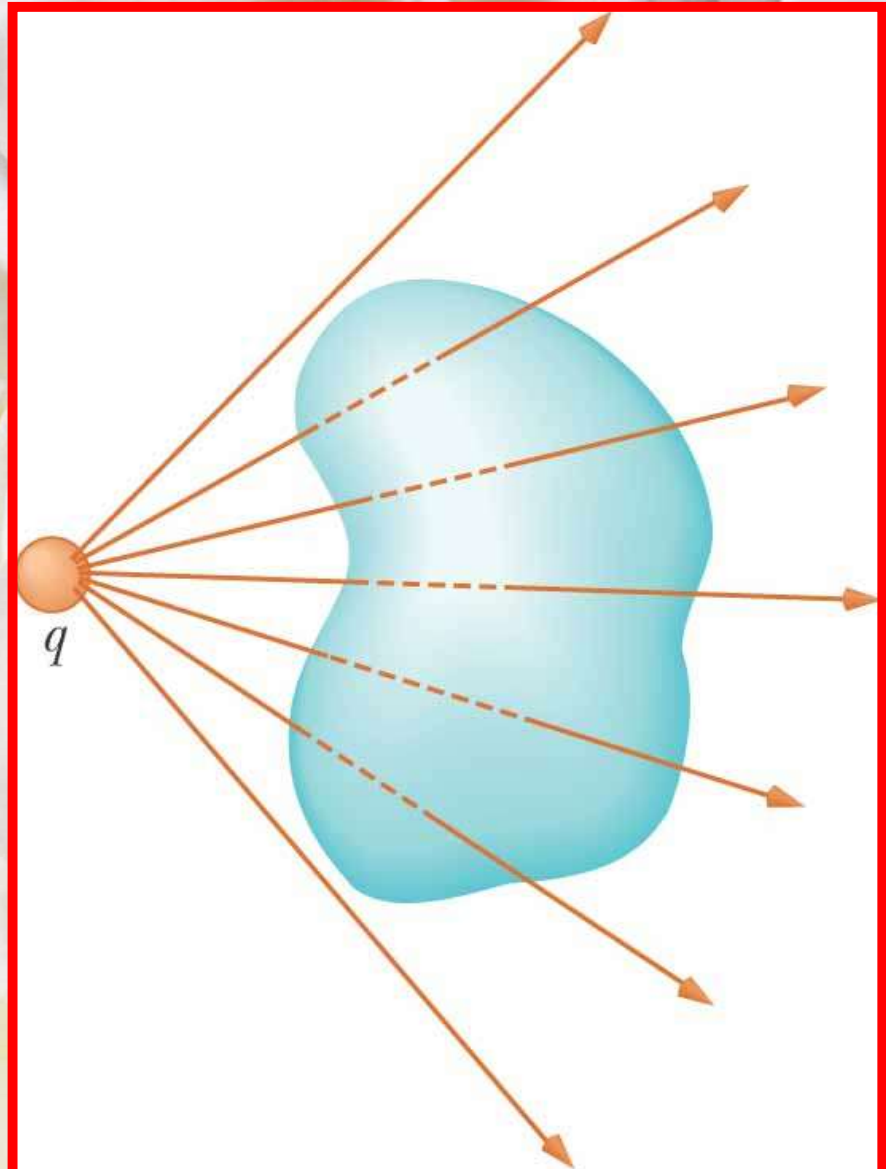
$$\begin{aligned}\Phi_E &= \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \\ &= \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} d\mathbf{A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \oint dA \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

سوال: شار عبوری از سطح بسته زیر توسط یک بار واقع در خارج سطح چقدر است؟

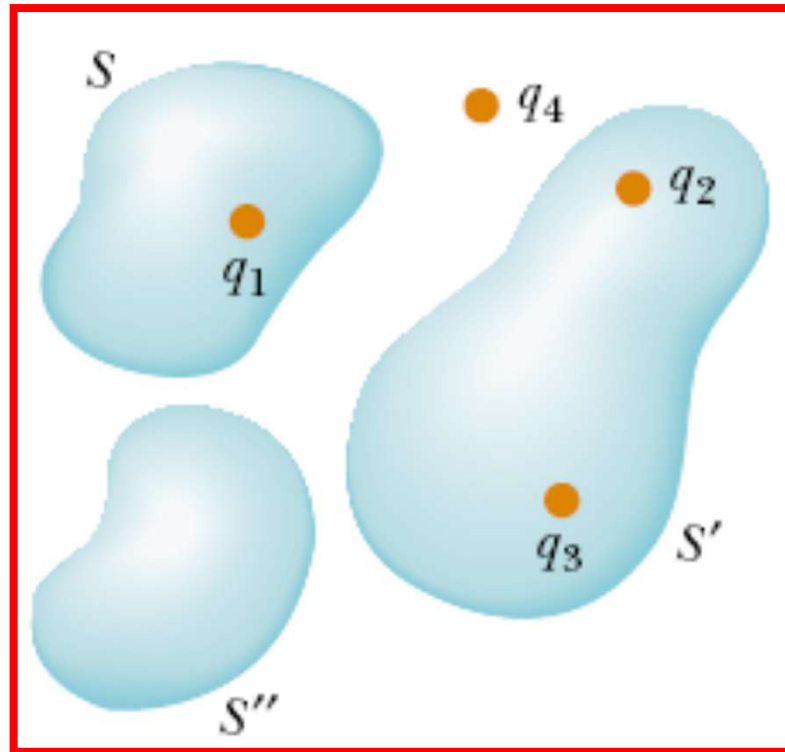
برابر صفر است

زیرا هر شاری که وارد سطح می شود به همان میزان از آن خارج می شود

پس شار کلی از سطح عبور نمی کند



Let us extend these arguments to two generalized cases: (1) that of many point charges and (2) that of a continuous distribution of charge. We once again use the superposition principle, which states that **the electric field due to many charges is the vector sum of the electric fields produced by the individual charges.** Therefore, we can express the flux through any closed surface as



$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots) \cdot d\mathbf{A}$$

مثال 1: با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی یک کره تو خالی که به طور سطحی با چگالی یکنواخت باردار شده است را در (الف) خارج و (ب) داخل کره به دست آورید:



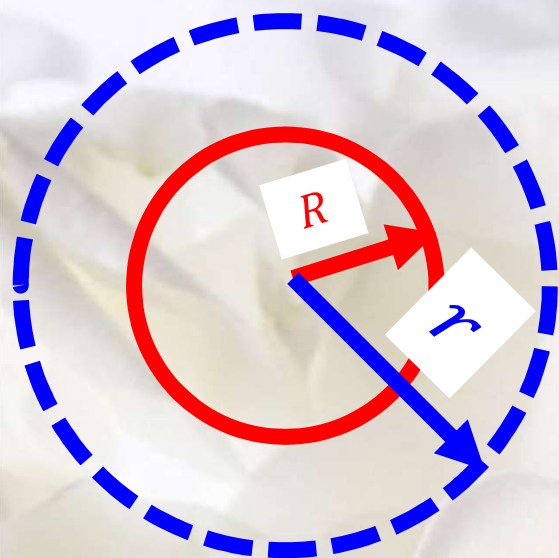
الف) میدان خارج کره:

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

کره گوس

کره اصلی



بار سمت راست
درون سطح گوس

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

بار درون کره
گوس برابر با کل
بار روی سطح کره
اصلی است

میدان در جهت
شعاعی

عمود بر سطح در
جهت شعاعی

$$\oint E \hat{r} \cdot da \hat{r} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da (\hat{r} \cdot \hat{r}) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E \oint da = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$EA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

که همان میدان یک
بار نقطه ای است

A مساحت کره گوس است

شعاع کره گوس را با r نشان
دادیم، پس

ب) میدان درون کره:

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

کره گوس

کره اصلی

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

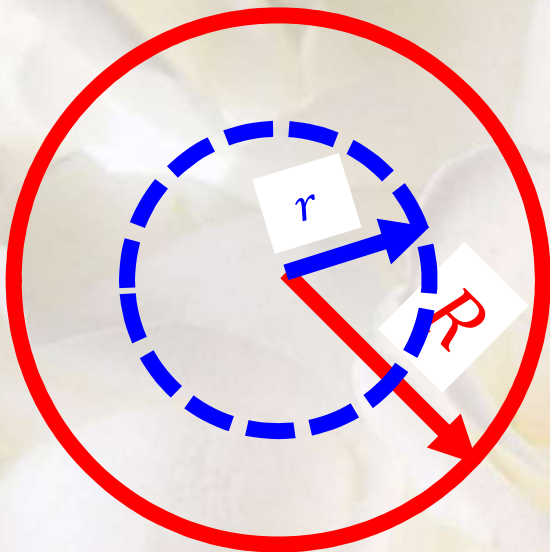
بار سمت راست
درون سطح گوس

باری درون کره
گوس وجود ندارد

$$\oint E \hat{r} \cdot da \hat{r} = \frac{0}{\epsilon_0}$$

میدان در جهت
شعاعی

عمود بر سطح در
جهت شعاعی



$$\oint E da (\hat{r} \cdot \hat{r}) = \frac{0}{\epsilon_0} = 0$$

$$EA = 0$$

$$A \neq 0$$

$$\oint E da = 0$$

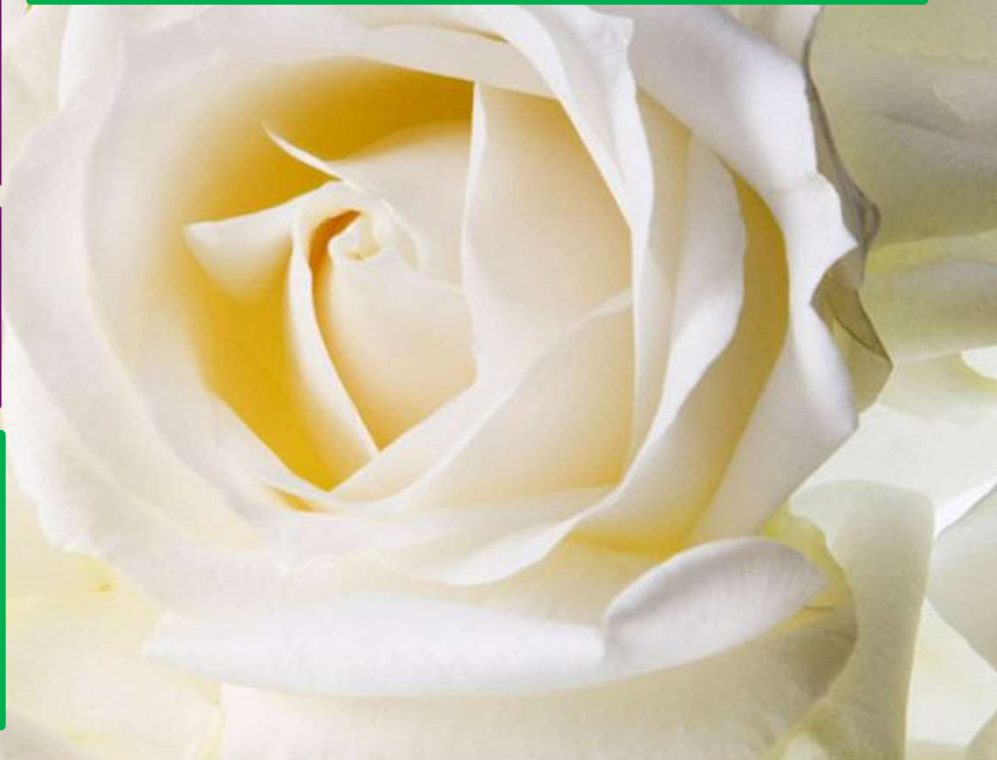
پس میدان درون کره توخالی
وجود ندارد

$$E = 0$$

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

$$E \oint da = 0$$



مثال 2: با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی یک کره توپر که به طور حجمی با چگالی یکنواخت باردار شده است را در (الف) داخل و (ب) خارج کره به دست آورید:

الف) میدان درون کره:

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

کره گوس

کره اصلی

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

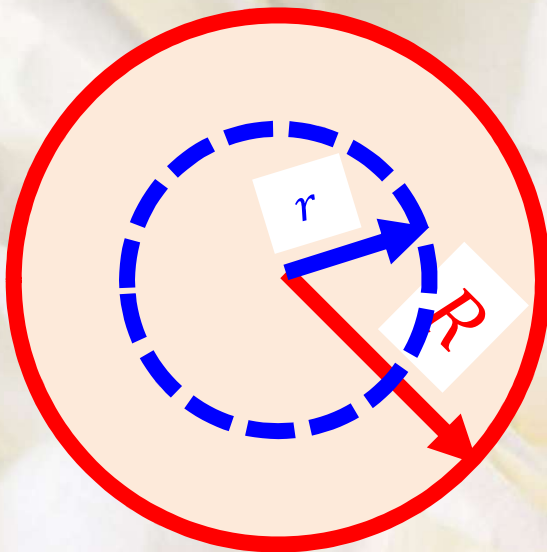
بار سمت راست
درون سطح گوس

بار درون کره
گوس، q ، کمتر از
بار درون کره
اصلی Q است

$$\oint E \hat{r} \cdot d\hat{a} \hat{r} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

میدان در جهت
شعاعی

عمود بر سطح در
جهت شعاعی



$$Q = \rho_0 \frac{4}{3} \pi R^3$$

بار درون کره اصلی

$$q = \rho_0 \frac{4}{3} \pi r^3$$

بار درون کره گوس

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

$$E \oint da = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho_0 \frac{4}{3} \pi r^3}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \vec{r}$$

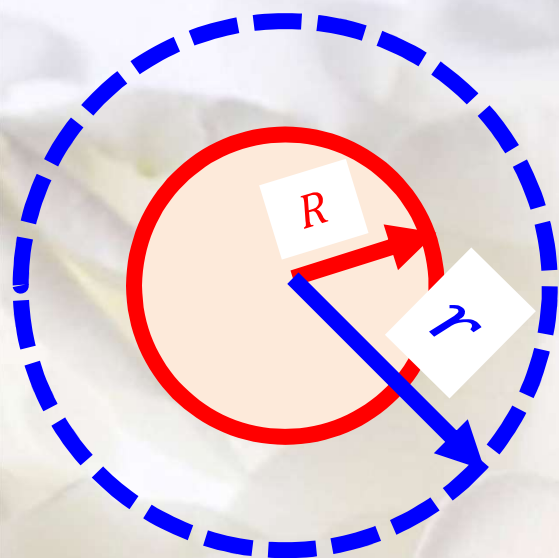
ب) میدان خارج کره:

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

کره گوس

کره اصلی



بار سمت راست
درون سطح گوس

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

بار درون کره
گوس برابر با کل
بار کره اصلی است

میدان در جهت
شعاعی

عمود بر سطح در
جهت شعاعی

$$\oint E \hat{r} \cdot da \hat{r} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da (\hat{r} \cdot \hat{r}) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

اندازه میدان روی سطح گوس ثابت است

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

پس می توان میدان را از انتگرال بیرون آورد

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E \oint da = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

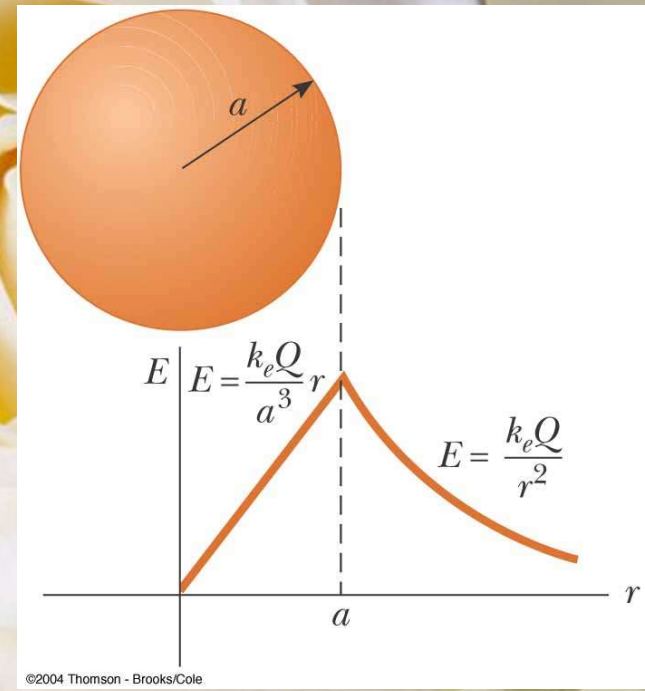
که همان میدان یک بار نقطه ای است

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$EA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

A مساحت کره گوس است

شعاع کره گوس را با r نشان دادیم، پس



سوال: تحقیق کنید که میدان الکتریکی در مرکز کره پیوسته است

$$E(outside) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$E(inside) = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} r$$

$$E(outside)|_{r=R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\rho_0 \frac{4}{3}\pi R^3}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} R$$

$$= E(inside)|_{r=R}$$

مثال 3: با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی یک پوسته کروی که به طور حجمی با چگالی یکنواخت باردار شده است را در (الف) درون حفره خالی، (ب) درون پوسته، و (ج) خارج پوسته به دست

آوردید:
(الف) میدان درون حفره:

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

کره گوس

پوسته

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

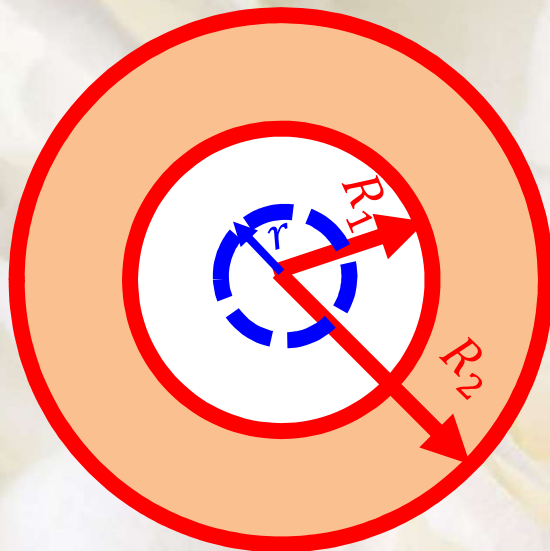
بار سمت راست
درون سطح گوس

باری درون کره
گوس وجود ندارد

$$\oint E \hat{r} \cdot d\hat{a} \hat{r} = \frac{0}{\epsilon_0}$$

میدان در جهت
شعاعی

عمود بر سطح در
جهت شعاعی



$$\oint E da(\hat{r} \cdot \hat{r}) = \frac{0}{\epsilon_0} = 0$$

$$EA = 0$$

$$A \neq 0$$

$$\oint E da = 0$$

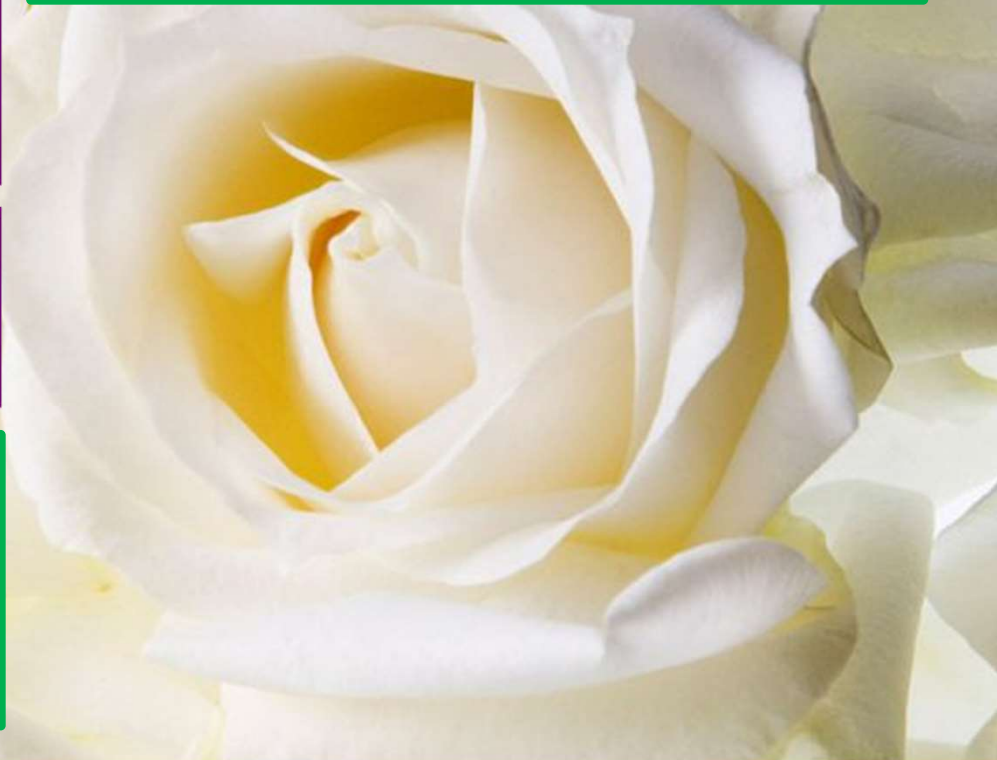
پس میدان درون کره توخالی
وجود ندارد

$$E = 0$$

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

$$E \oint da = 0$$



ب) میدان درون حفره:

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

کره گوس

پوسته

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

بار سمت راست
درون سطح گوس

بار درون کره
گوس، q ، کمتر از
بار درون پوسته
اصلی، Q ، است

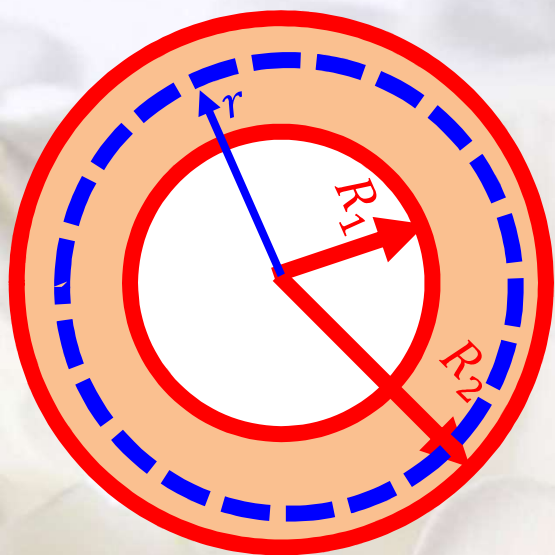
$$\oint E \hat{r} \cdot da \hat{r} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

میدان در جهت
شعاعی

عمود بر سطح در
جهت شعاعی

$$\oint E da (\hat{r} \cdot \hat{r}) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da = \frac{q}{\epsilon_0}$$



اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

$$q = \rho_0 \frac{4}{3} \pi (r^3 - R_1^3)$$

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

بار درون کره گوس

$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho_0 \frac{4}{3} \pi (r^3 - R_1^3)}{\epsilon_0}$$

$$E \oint da = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0 (r^3 - R_1^3)}{3\epsilon_0 r^2}$$

$$E = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} (r - R_1^3/r^2)$$

A مساحت کره گوس است

$$\vec{E} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} (r - R_1^3/r^2) \hat{r}$$

شعاع کره گوس را با r نشان
دادیم، پس

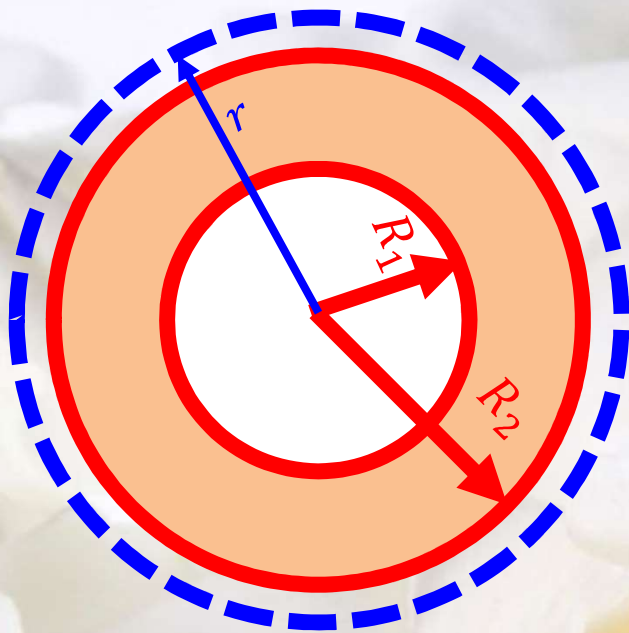
ج) میدان خارج پوسته:

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

کره گوس

پوسته



بار سمت راست
درون سطح گوس

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

بار درون کره
گوس برابر بار
درون پوسته اصلی،
 Q ، است

$$\oint E \hat{r} \cdot da \hat{r} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

میدان در جهت
شعاعی

عمود بر سطح در
جهت شعاعی

$$\oint E da (\hat{r} \cdot \hat{r}) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\oint E da = \frac{q}{\epsilon_0}$$

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

$$Q = \rho_0 \frac{4}{3} \pi (R_2^3 - R_1^3)$$

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

بار درون کره اصلی

$$E(4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint da = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

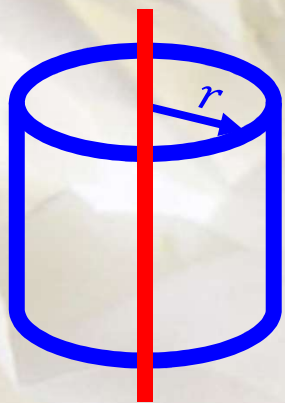
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

A مساحت کره گوس است

شعاع کره گوس را با r نشان
دادیم، پس

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 (R_2^3 - R_1^3)}{3\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

مثال 4: با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی یک میله بینهایت
طویل که به طور خطی با چگالی یکنواخت باردار شده است را به
دست آورید:



استوانه گوس

میل

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

قانون گوس

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

بار سمت راست
درون سطح گوس

میدان در جهت
شعاعی

$$\oint E \hat{r} \cdot da \hat{r} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

بار درون استوانه
گوس، Q ، برابر بار
روی میله درون
استوانه است

عمود بر سطح در
جهت شعاعی

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

$$Q = \lambda_0 l$$

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

بار درون استوانه

$$E \oint da = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi r l) = \frac{\lambda_0 l}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

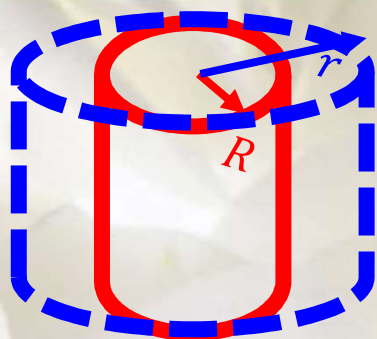
$$E = \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0 r}$$

A مساحت استوانه گوس است

شعاع استوانه گوس را با r نشان
دادیم، پس

$$\vec{E} = \frac{\lambda_0}{2\pi\epsilon_0 r} \hat{r}$$

مثال 5: با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی یک استوانه بینهایت
 طویل تو خالی که به طور سطحی با چگالی یکنواخت باردار شده است
 را به دست آورید:



استوانه گوس

استوانه اصلی

الف) میدان در داخل استوانه صفر است

ب) میدان در خارج استوانه

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

انتگرال سمت چپ
 روی سطح گوس

بار سمت راست
 درون سطح گوس

میدان در جهت
 شعاعی

عمود بر سطح در
 جهت شعاعی

$$\oint E \hat{r} \cdot da \hat{r} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

بار درون استوانه
 گوس، q ، برابر بار
 روی استوانه اصلی،
 Q ، است

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

$$Q = \sigma_0 2\pi Rl$$

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

بار درون استوانه

$$E(2\pi rl) = \frac{\sigma_0 2\pi Rl}{\epsilon_0}$$

$$E \oint da = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

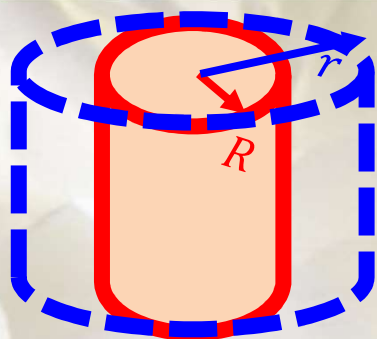
$$E = \frac{\sigma_0 R}{\epsilon_0 r}$$

A مساحت استوانه گوس است

شعاع استوانه گوس را با r نشان
دادیم، پس

$$\vec{E} = \frac{\sigma_0 R}{\epsilon_0 r} \hat{r}$$

مثال 6: با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی یک استوانه بینهایت
 طویل تو پر که به طور حجمی با چگالی یکنواخت باردار شده است را
 (الف) در خارج و (ب) در داخل استوانه به دست آورید:



استوانه گوس

استوانه اصلی

الف) میدان در خارج استوانه

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

انتگرال سمت چپ
 روی سطح گوس

بار سمت راست
 درون سطح گوس

میدان در جهت
 شعاعی

عمود بر سطح در
 جهت شعاعی

$$\oint E \hat{r} \cdot d\hat{a} \hat{r} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

بار درون استوانه
 گوس، q ، برابر بار
 روی استوانه اصلی،
 Q ، است

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

$$Q = \rho_0 \pi R^2 l$$

پس می توان میدان را از
انتگرال بیرون آورد

بار درون استوانه

$$E \oint da = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E(2\pi r l) = \frac{\rho_0 \pi R^2 l}{\epsilon_0}$$

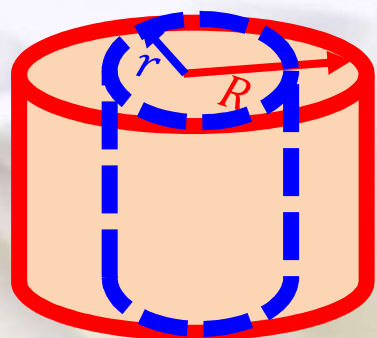
$$EA = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0 r}$$

A مساحت استوانه گوس است

شعاع استوانه گوس را با r نشان
دادیم، پس

$$\vec{E} = \frac{\rho_0 R^2}{2\epsilon_0 r} \hat{r}$$



استوانه گوس

استوانه اصلی

ب) میدان در داخل استوانه

قانون گوس

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

انتگرال سمت چپ
روی سطح گوس

بار سمت راست
درون سطح گوس

میدان در جهت
شعاعی

عمود بر سطح در
جهت شعاعی

$$\oint E \hat{r} \cdot da \hat{r} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

بار درون استوانه
گوس، q ، از بار
روی استوانه اصلی،
 Q ، کمتر است

اندازه میدان روی سطح گوس
ثابت است

$$q = \rho_0 \pi r^2 l$$

بار درون استوانه

$$E(2\pi r l) = \frac{\rho_0 \pi r^2 l}{\epsilon_0}$$

$$E \oint da = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$EA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} r$$

$$\vec{E} = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} r \hat{r}$$

A مساحت استوانه گوس است

شعاع استوانه گوس را با r نشان
دادیم، پس

$$\vec{E} = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0} \vec{r}$$

تمرین: با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی یک پوسته استوانه
بینهایت طویل که به طور حجمی با چگالی یکنواخت باردار شده است
را در (الف) داخل حفره، (ب) درون پوسته و (ج) خارج پوسته به دست
آورید:



مثال 7: با استفاده از قانون گوس میدان الکتریکی یک صفحه بینهایت
 طویل که به طور سطحی با چگالی یکنواخت باردار شده است را در
 یک ارتفاع دلخواه از آن به دست آورید:

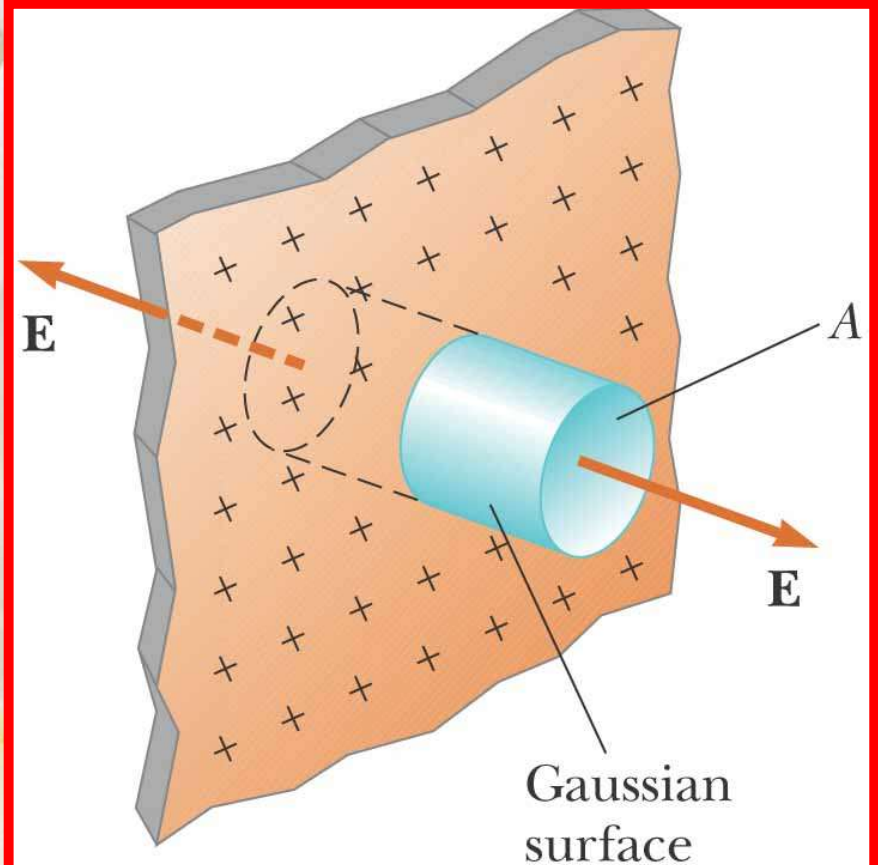
$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \int_{\text{wall}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} + 2 \int_{\text{end}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a}$$

$$= 0 + 2AE = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

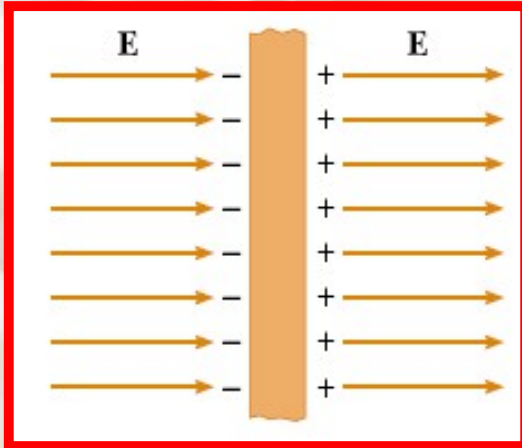
$$\mathbf{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{\mathbf{k}}$$

که با میدان
 حاصل از قانون
 کولمب سازگار
 است



ویژگیهای هادیهای در حال تعادل الکترواستاتیکی

(1) میدان الکتریکی درون هادیها برابر صفر است، زیرا



If inside the conductor $\vec{E} \neq 0$

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}$$

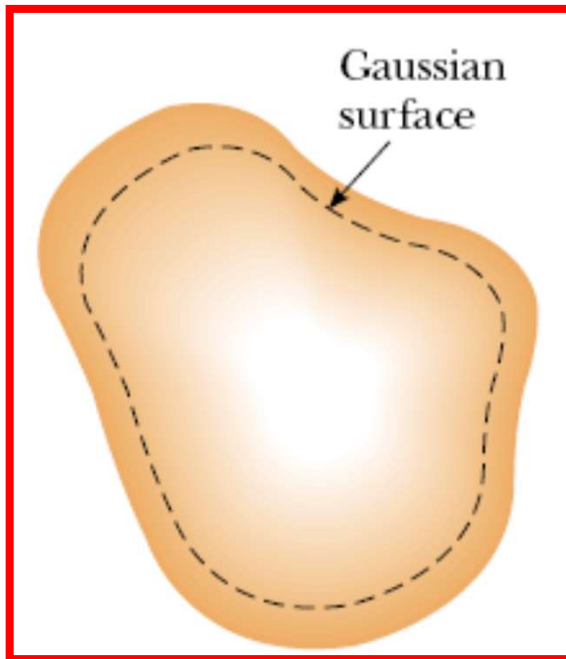
$$\vec{a} \neq 0$$



$$\vec{E} = 0$$



(2) اگر یک هادی منفرد حامل یک بار باشد، آن بار روی سطح هادی قرار می گیرد



From (1) inside the conductor $\vec{E} = 0$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$0 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

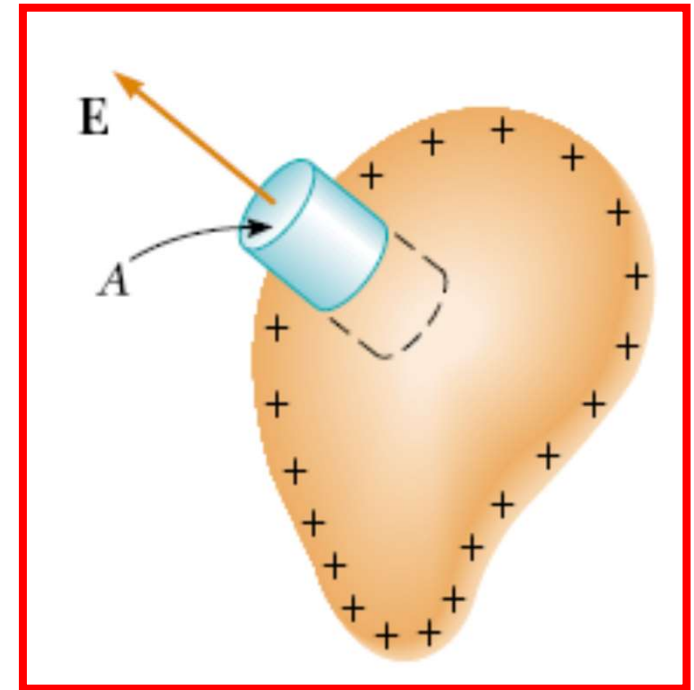
$$q = 0$$



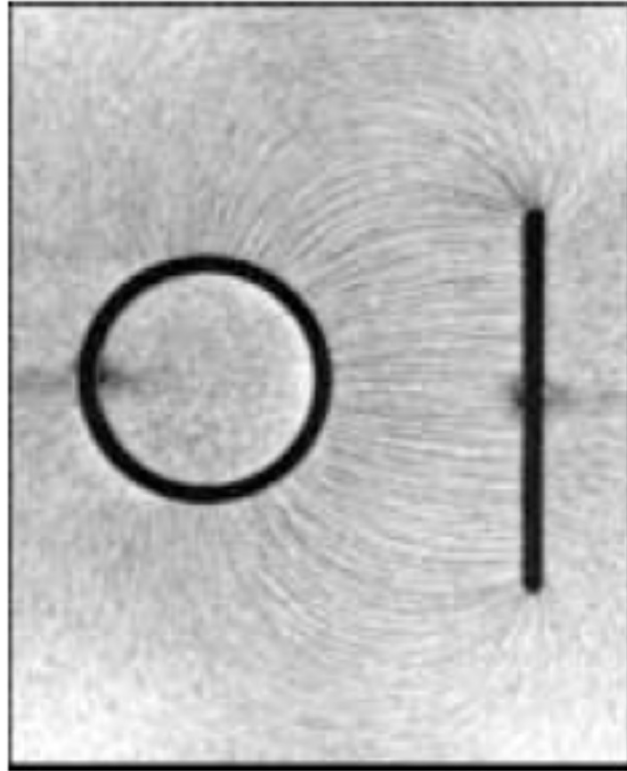
3) میدان الکتریکی درست خارج یک هادی باردار عمود بر سطح هادی است و اندازه آن σ/ϵ_0 می باشد

$$\Phi_E = \oint E dA = EA = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



4) روی یک هادی، چگالی بار سطحی در مکانهایی که در آنها شعاع انحنای سطح کمتر باشد بیشتر است.



این نکته را در حال حاضر بدون اثبات می پذیریم

Example 24.10 A Sphere Inside a Spherical Shell

A solid conducting sphere of radius a carries a net positive charge $2Q$. A conducting spherical shell of inner radius b and outer radius c is concentric with the solid sphere and carries a net charge $-Q$. Using Gauss's law, find the electric field in the regions labeled ①, ②, ③, and ④ in Figure 24.20 and the charge distribution on the shell when the entire system is in electrostatic equilibrium.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

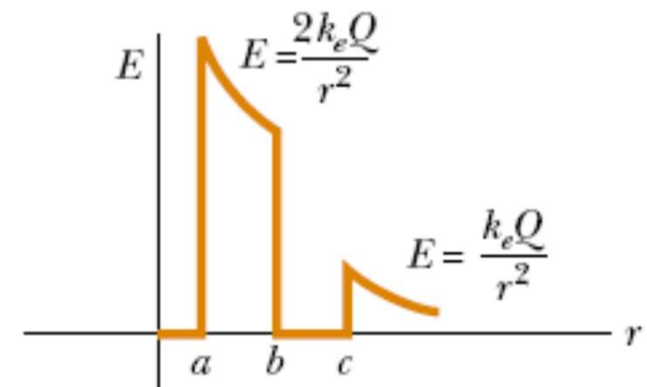
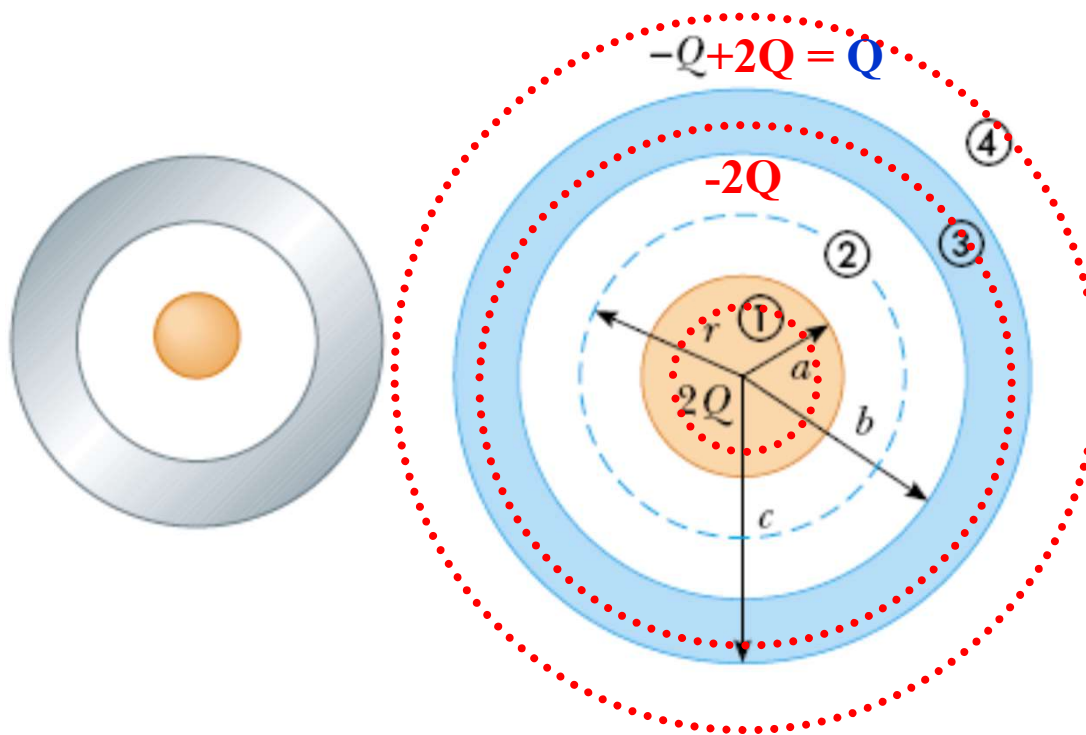
$$\oint E dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E \oint dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

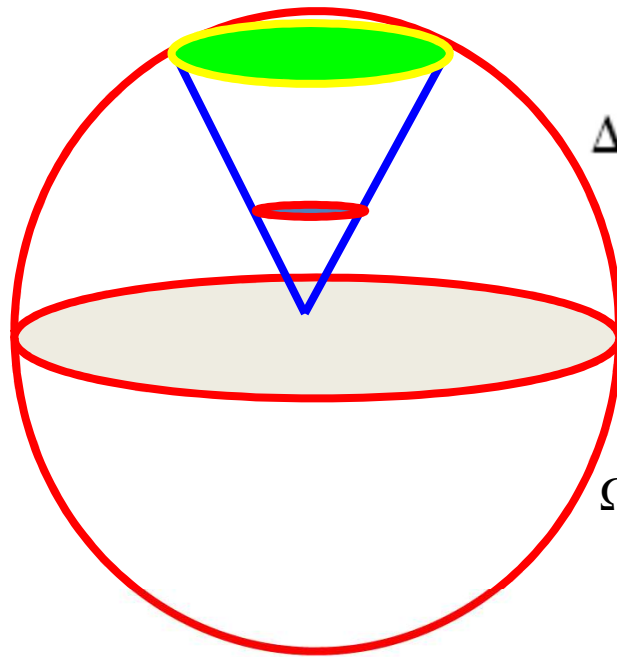
$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 4\pi r^2}$$

$$E = \frac{kq}{r^2}$$



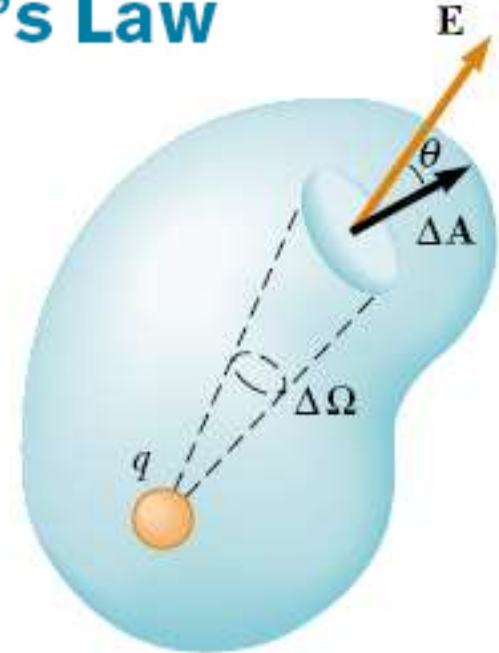
Formal Derivation of Gauss's Law



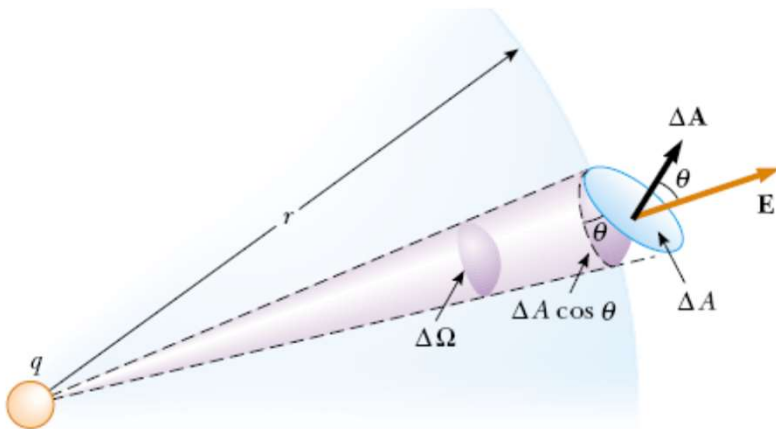
$$\Delta\Omega \equiv \frac{\Delta A}{r^2}$$

$$\Delta A \rightarrow A = 4\pi r^2$$

$$\Omega = \frac{A}{r^2} = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi$$



$$\Delta\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{A} = (E \cos \theta) \Delta A = k_e q \frac{\Delta A \cos \theta}{r^2}$$



$$\Phi_E = k_e q \oint \frac{dA \cos \theta}{r^2} = k_e q \oint d\Omega = 4\pi k_e q = \frac{q}{\epsilon_0}$$