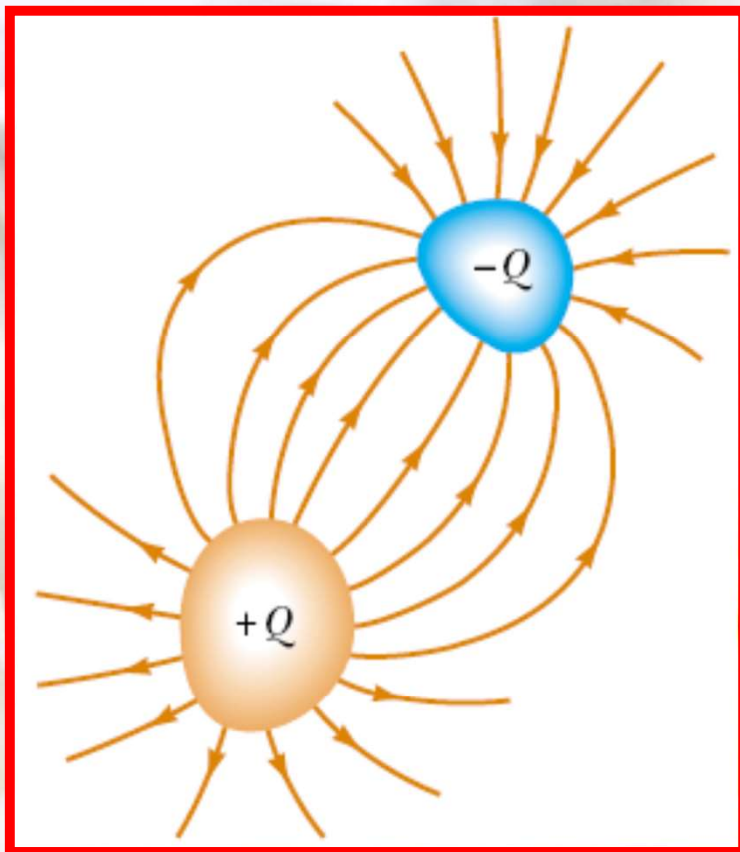


هادیها و دی الکتریکها







تعریف خازن:

خازن وسیله است متشکل از دو هادی بار دار برای ذخیره انرژی الکتریکی

وقتی که خازن باردار می شود، یکی از هادیهای تشکیل دهنده آن دارای بار مثبت و هادی دیگر دارای بار منفی می شود

تعریف ظرفیت یک خازن:

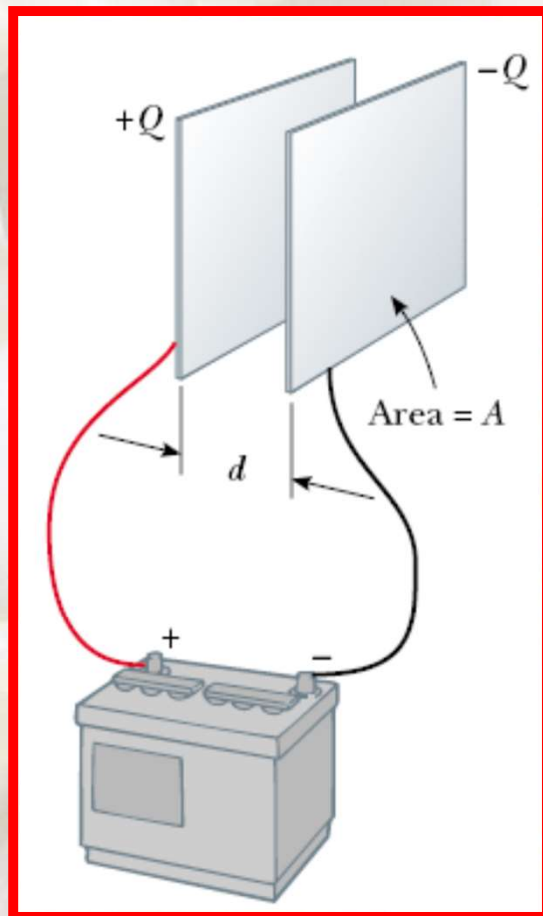
ظرفیت یک خازن به صورت نسبت اندازه بار هر هادی خازن به اختلاف پتانسیل بین دو هادی آن تعریف می شود:

$$C \equiv \frac{Q}{\Delta V}$$

$$1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$$

Quick Quiz 26.1

A capacitor stores charge Q at a potential difference ΔV . If the voltage applied by a battery to the capacitor is doubled to $2\Delta V$, (a) the capacitance falls to half its initial value and the charge remains the same (b) the capacitance and the charge both fall to half their initial values (c) the capacitance and the charge both double (d) the capacitance remains the same and the charge doubles.

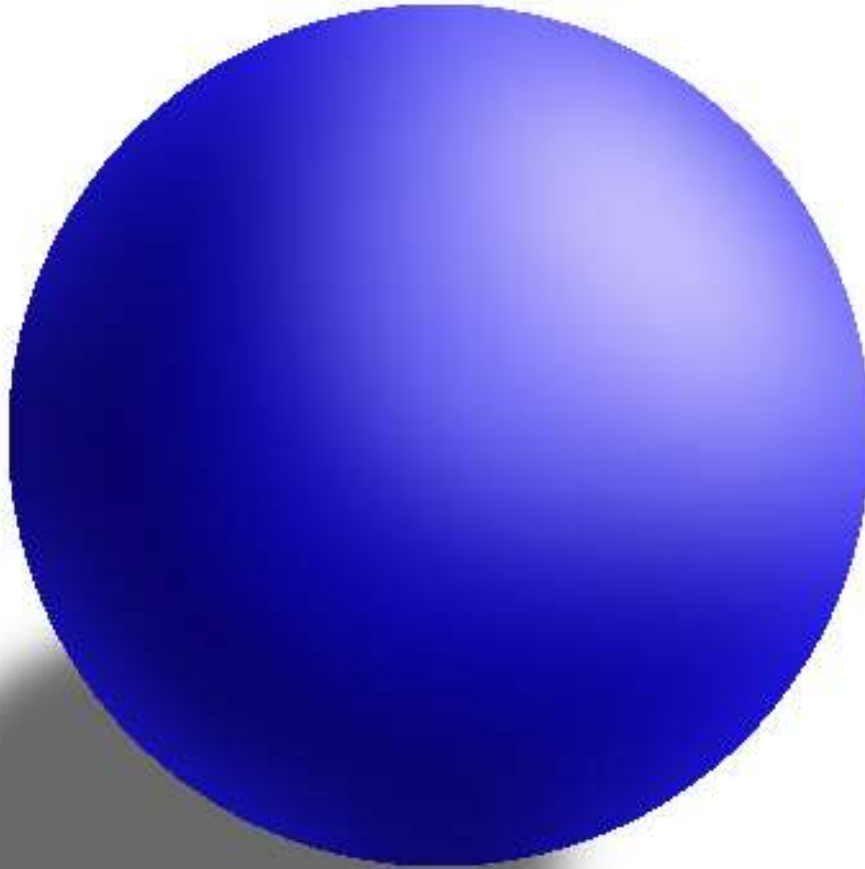


(d). The capacitance is a property of the physical system and does not vary with applied voltage. According to Equation 26.1, if the voltage is doubled, the charge is doubled.

مثال: ظرفیت خازن کروی زیر را حساب کنید:

سوال: هادی دوم خازن کجاست؟

پاسخ: در بینهایت است



$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{k_e Q / R} = \frac{R}{k_e} = 4\pi\epsilon_0 R$$

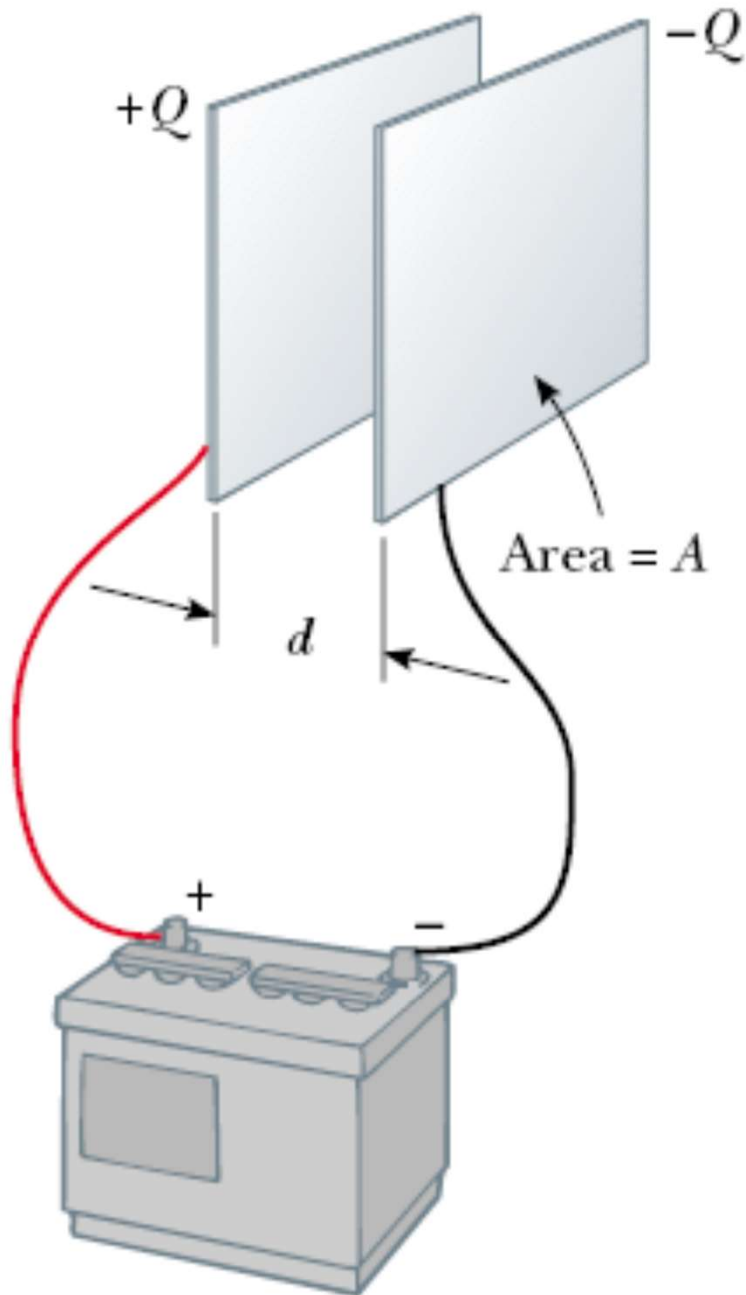
مثال: ظرفیت خازن مسطح زیر را
حساب کنید:

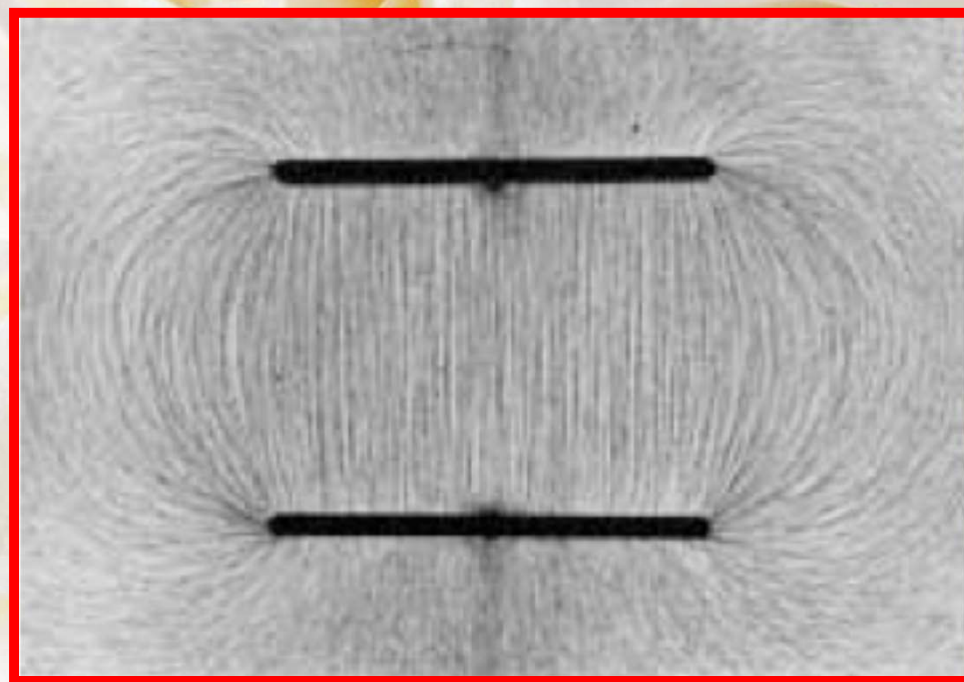
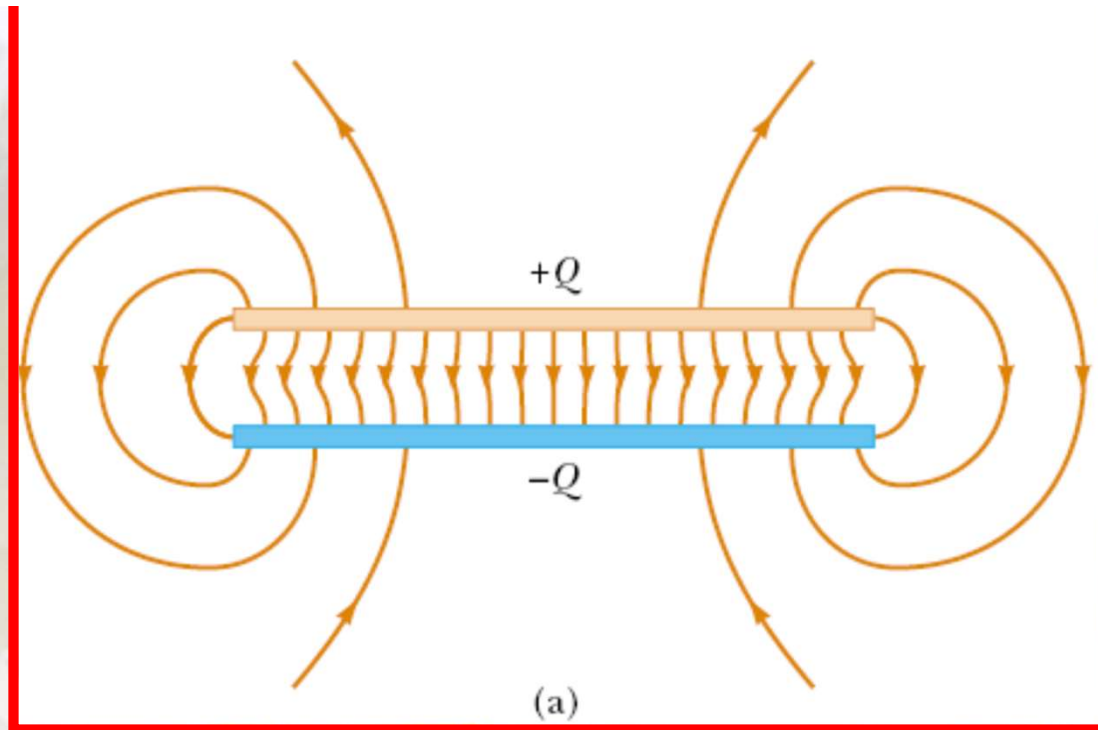
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$$

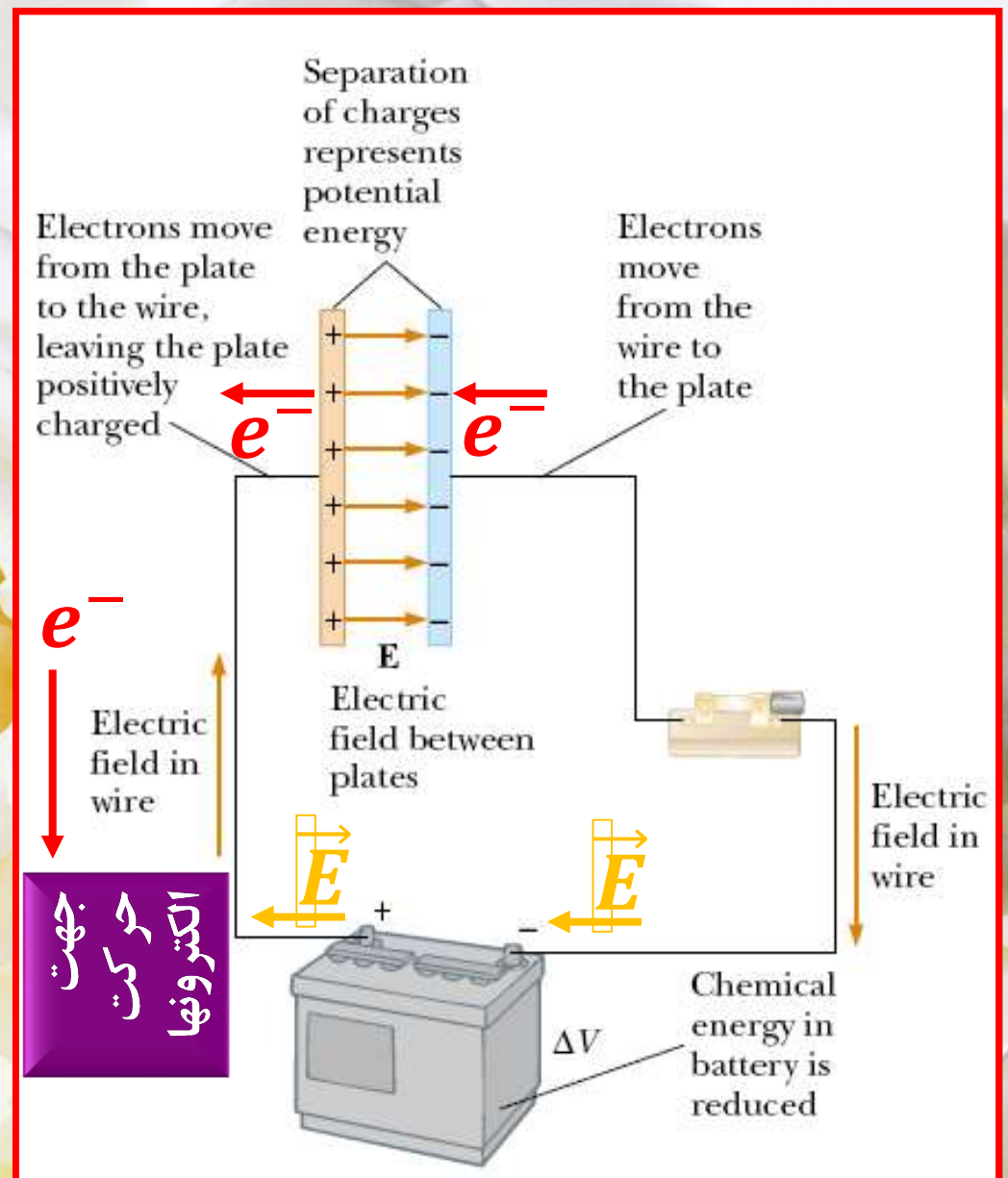
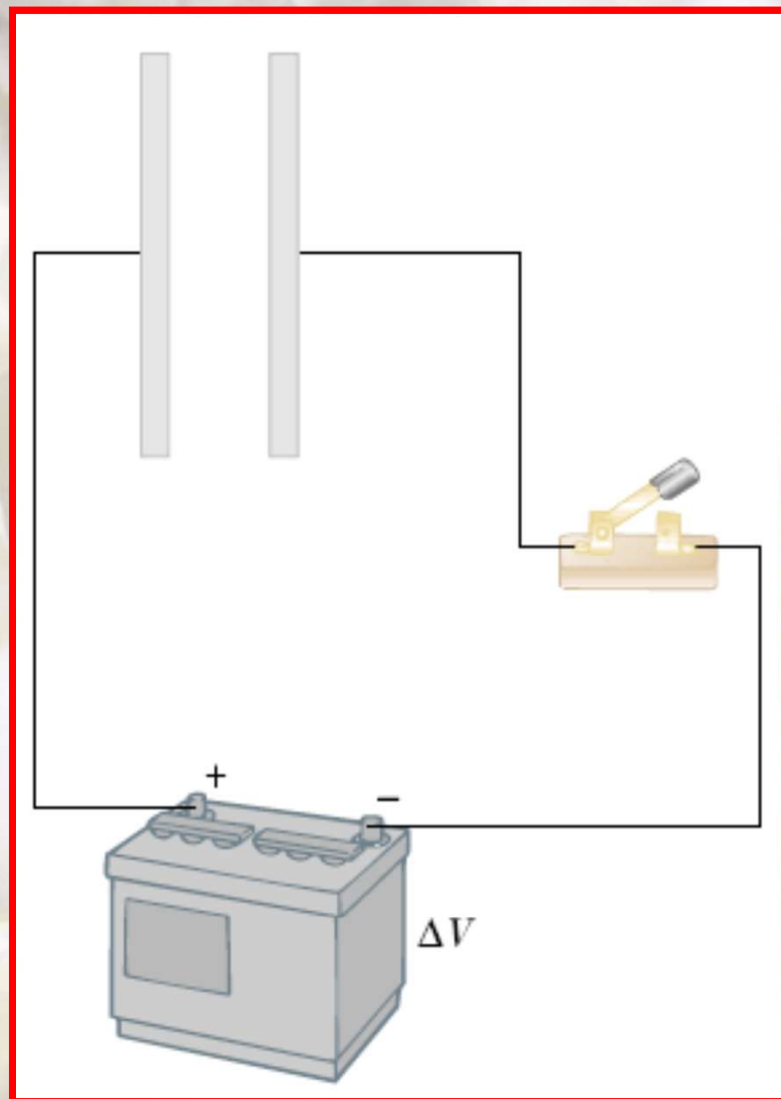
$$\Delta V = Ed = \frac{Qd}{\epsilon_0 A}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{Qd/\epsilon_0 A}$$

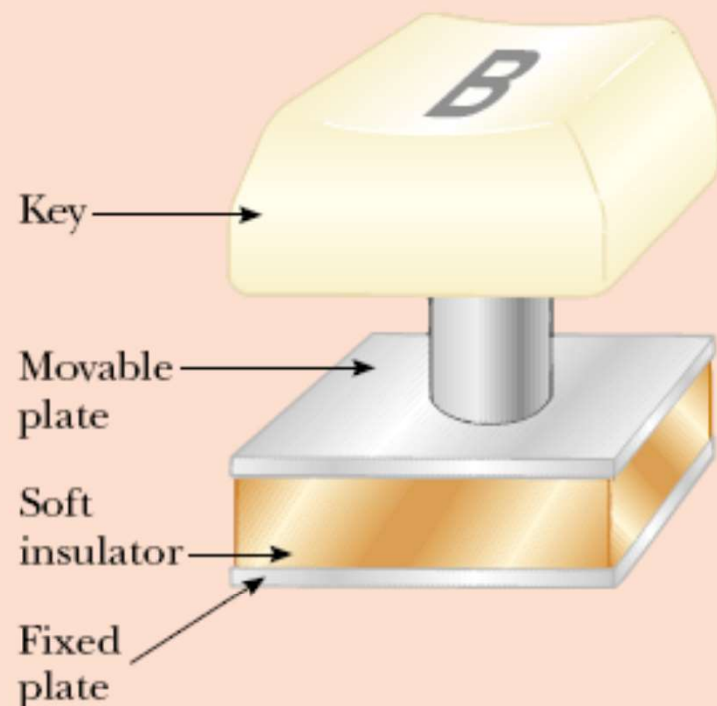
$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$







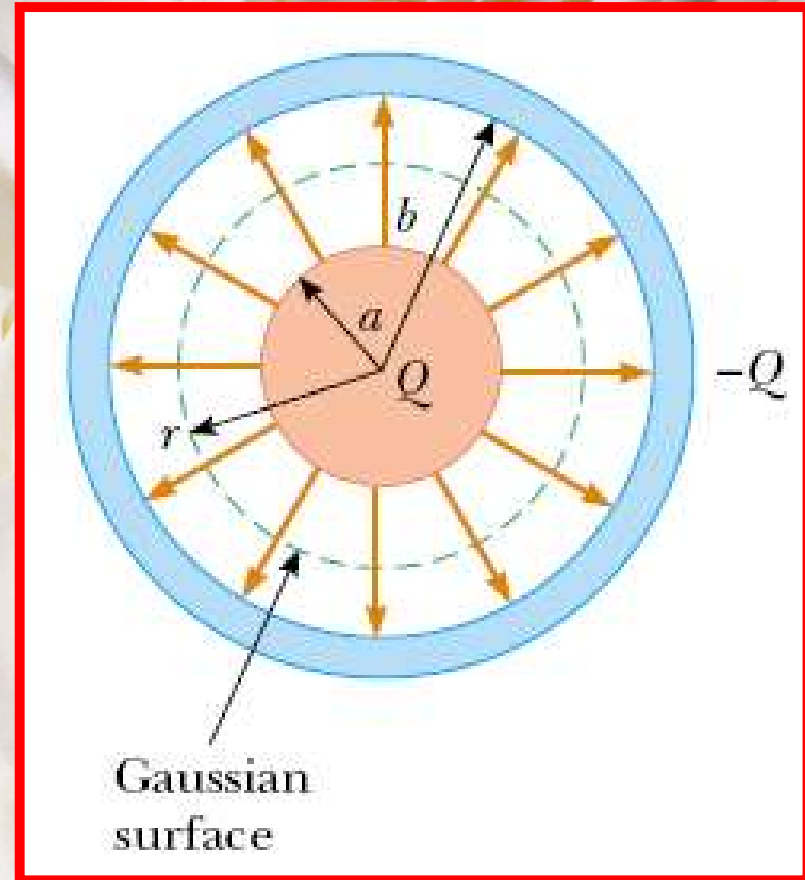
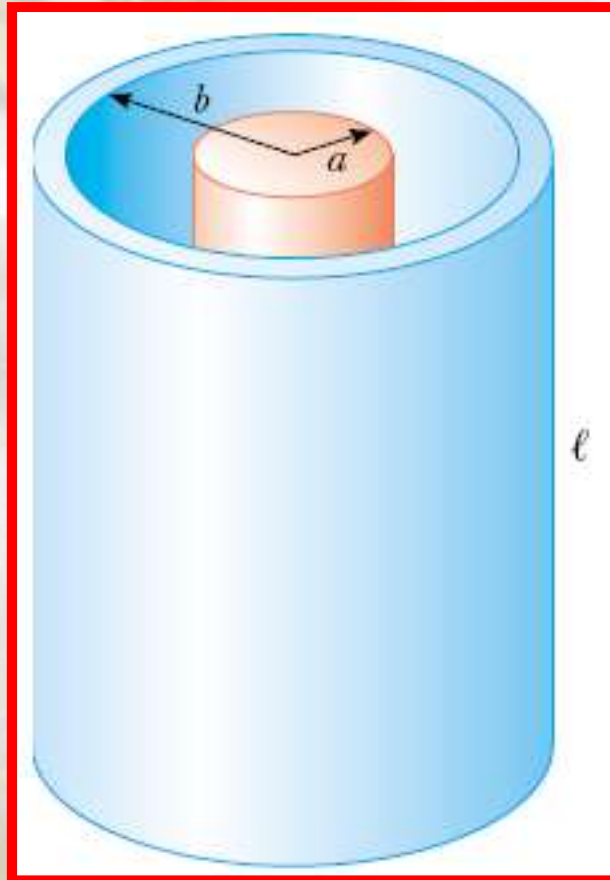
Quick Quiz 26.2 Many computer keyboard buttons are constructed of capacitors, as shown in Figure 26.5. When a key is pushed down, the soft insulator between the movable plate and the fixed plate is compressed. When the key is pressed, the capacitance (a) increases, (b) decreases, or (c) changes in a way that we cannot determine because the complicated electric circuit connected to the keyboard button may cause a change in ΔV .



(a). When the key is pressed, the plate separation is decreased and the capacitance increases. Capacitance depends only on how a capacitor is constructed and not on the external circuit.

Figure 26.5 (Quick Quiz 26.2) One type of computer keyboard button.

مثال: ظرفیت خازن استوانه ای زیر را به دست آورید

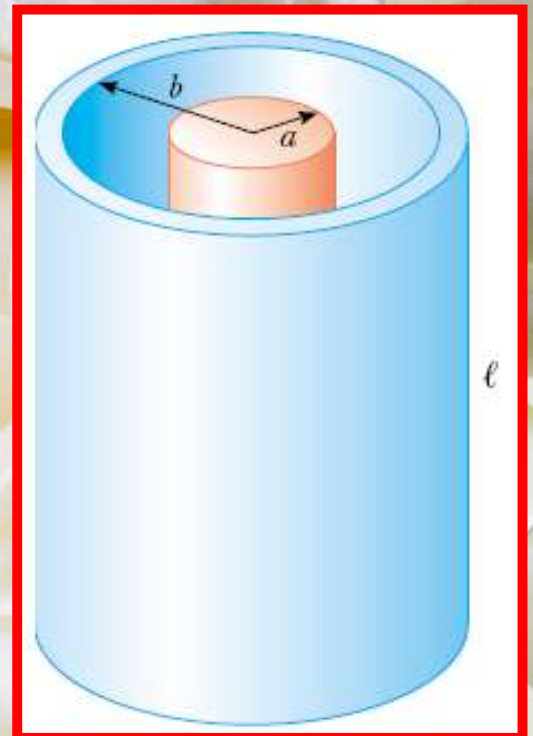


$$V_b - V_a = - \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$V_b - V_a = - \int_a^b E_r dr = - 2k_e \lambda \int_a^b \frac{dr}{r} = - 2k_e \lambda \ln \left(\frac{b}{a} \right)$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{(2k_e Q / \ell) \ln(b/a)} = \frac{\ell}{2k_e \ln(b/a)}$$

$$\frac{C}{\ell} = \frac{1}{2k_e \ln(b/a)}$$



فرض کنید که $b = 2a$

$$\frac{C}{\ell} = \frac{1}{2k_e \ln(b/a)}$$

می خواهیم ظرفیت خازن را افزایش دهیم

با توجه به رابطه فوق این کار به دو روش زیر امکان پذیر است:

الف) افزایش طول ℓ به اندازه 10 درصد

ب) افزایش شعاع داخلی a به اندازه 10 درصد

سوال: کدام روش برای افزایش ظرفیت خازن موثرتر است؟

ظرفیت خازن را به هر دو روش افزایش می دهیم و هر کدام به ظرفیت بیشتری برای خازن نسبت به ظرفیت اولیه خازن منجر شد آن روش موثرتر خواهد بود

$$C = \frac{\ell}{2k_e \ln(b/a)} = \frac{\ell}{2k_e \ln(2.00)} = \frac{\ell}{2k_e (0.693)} \\ = 0.721 \frac{\ell}{k_e}$$

ظرفیت اولیه خازن با فرض داده شده:

حال ظرفیت را به روش اول حساب و آن را با ظرفیت اولیه مقایسه می کنیم

$$l' = l + \frac{10}{100}l = l \left(1 + \frac{1}{10} \right) = 1.1l$$

$$C' = \frac{l'}{2k_e \ln 2} = \frac{1.1l}{2k_e \ln 2}$$

$$\frac{C'}{C} = \frac{\frac{1.1l}{2k_e \ln 2}}{\frac{l}{2k_e \ln 2}} = 1.1$$

$$C' = 1.1C$$

پس در روش اول ظرفیت خازن به اندازه 10 درصد افزایش می یابد

$$C' = \left(1 + \frac{1}{10} \right) C = C + \frac{10}{100}C = C + 10\%C$$

حال ظرفیت را به روش دوم حساب و آن را با ظرفیت اولیه مقایسه می کنیم

$$a' = a + \frac{10}{100}a = a \left(1 + \frac{1}{10} \right) = 1.1a$$

$$C' = \frac{l}{2k_e \ln 2a/a'} = \frac{l}{2k_e \ln 2a/1.1a} = \frac{l}{2k_e \ln 2/1.1} = \frac{l}{2k_e \times 0.598} = 0.836 \frac{l}{k_e}$$

$$\frac{C'}{C} = \frac{\frac{l}{2k_e \ln 2/1.1}}{\frac{l}{2k_e \ln 2}} = \frac{\ln 2}{\ln 2/1.1} = \frac{0.69315}{0.59784} = 1.1594 \approx 1.16$$

$$C' = 1.16C$$

پس در روش دوم ظرفیت خازن به اندازه 16 درصد افزایش می یابد

$$C' = \left(1 + \frac{16}{100} \right) C = C + \frac{16}{100} C = C + 16\%C$$

پس روش دوم موثرتر است

نکته 1 : سوال 77 کتاب را حل کنید.

تمرین فوق در واقع تعمیم مثال قبلی است

در این تمرین شما خواهید دید که همواره روش دوم موثرتر از روش اول نیست

در واقع موثرتر بودن روشها بستگی به فرض اولیه مساله در خصوص رابطه بین شعاعهای داخلی و خارجی دارد

یعنی با فرض $b=2a$ روش دوم موثرتر بود

در سوال 77 از شما خواسته شده است که نشان دهید با فرض زیر

$$b > 2.85a$$

افزایش طول خازن به اندازه 10 درصد یعنی روش اول موثرتر از روش دوم است

نکته 2: اگر ما شعاع خارجی را افزایش دهیم ظرفیت کاهش می یابد:

$$C = \frac{l}{2k_e \ln b/a}$$

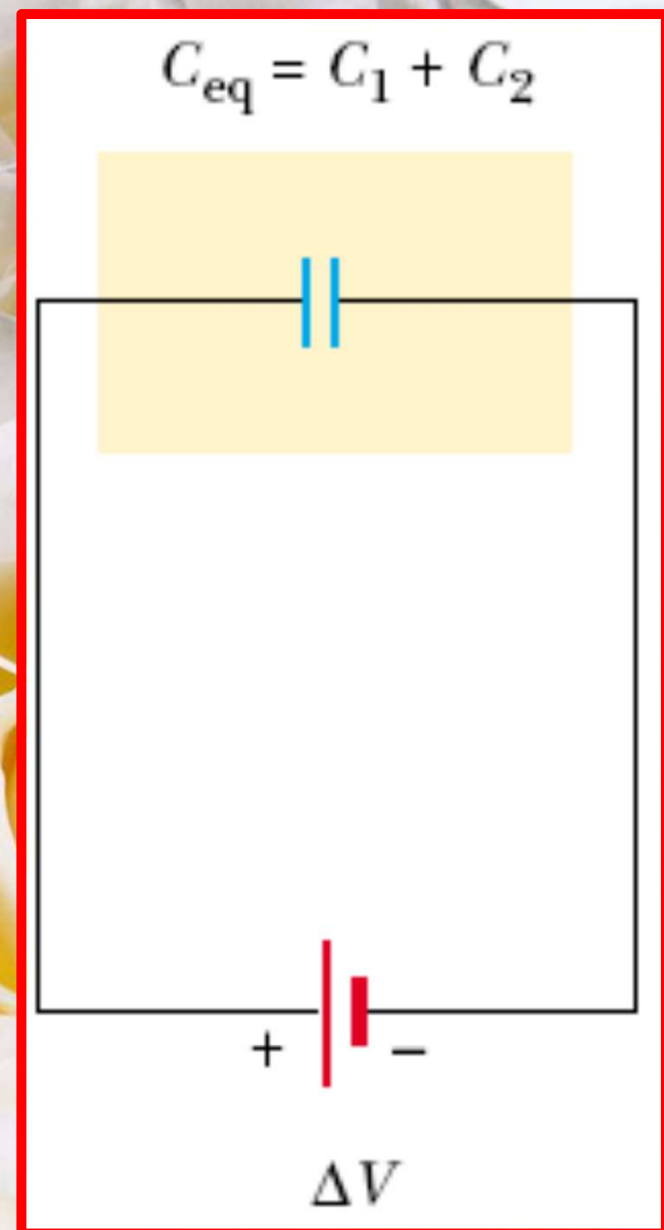
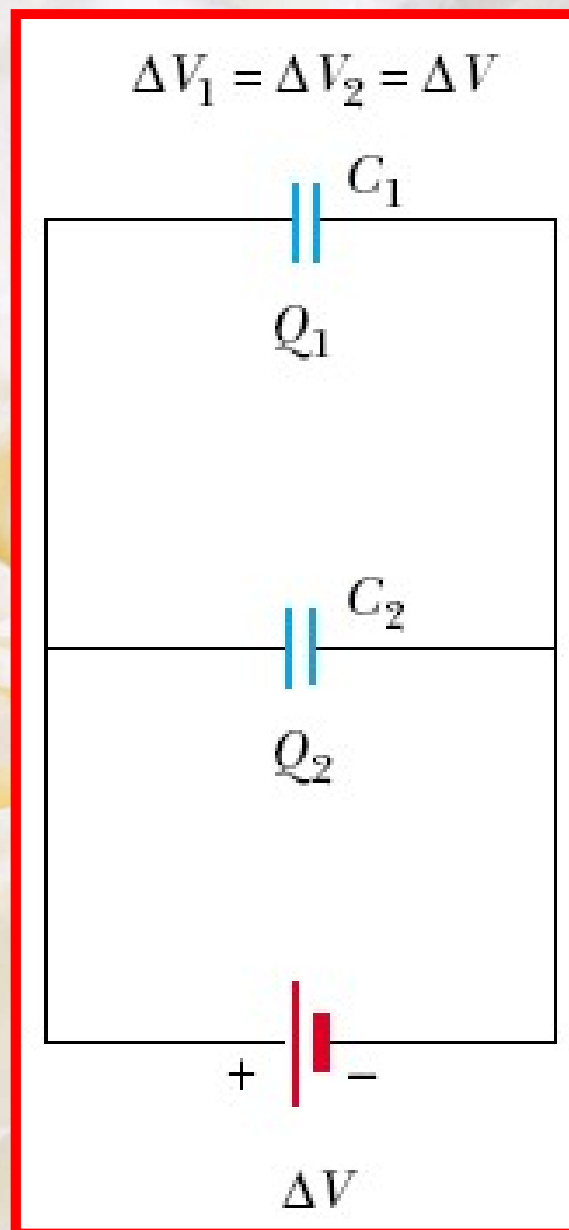
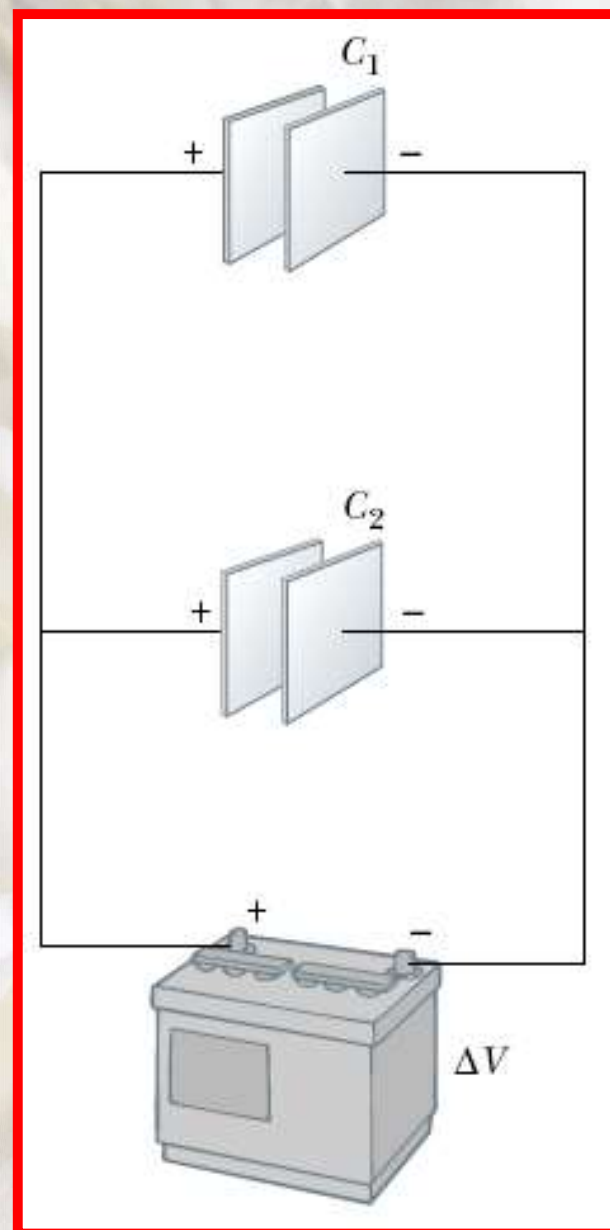
پس برای افزایش ظرفیت می توان شعاع خارجی را کاهش داد

افزایش شعاع داخلی a و کاهش شعاع خارجی b هر دو سبب افزایش ظرفیت خازن می شوند

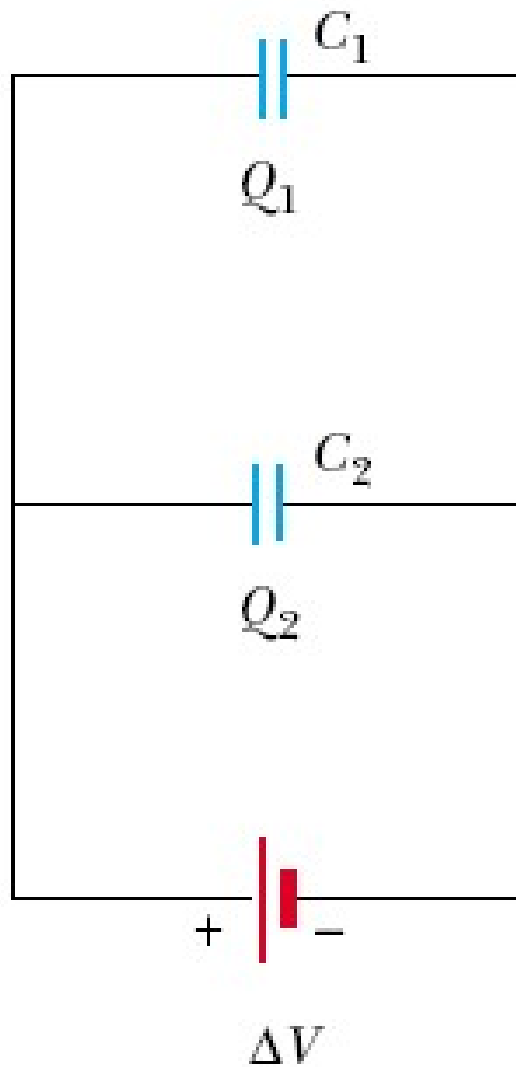
در واقع با این کار صفحات خازن به یکدیگر نزدیکتر می شوند و بنابراین ظرفیت خازن افزایش می یابد (شبیه خازن مسطح)

ترکیب موازی (1)

ترکیب خازنها



$$\Delta V_1 = \Delta V_2 = \Delta V$$



$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$Q_1 = C_1 \Delta V \quad Q_2 = C_2 \Delta V$$

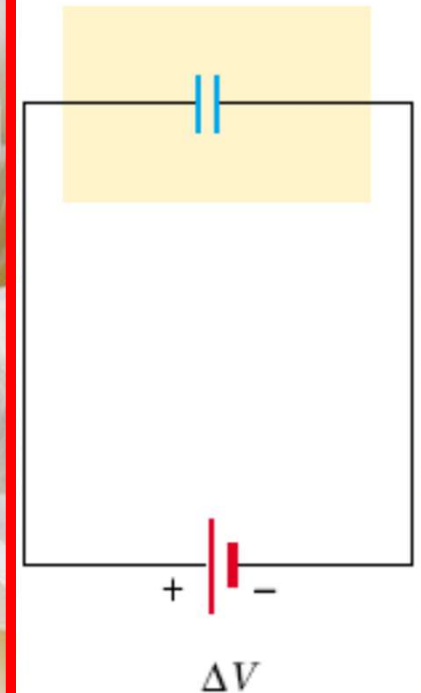
$$Q = C_{\text{eq}} \Delta V$$

$$C_{\text{eq}} \Delta V = C_1 \Delta V + C_2 \Delta V$$

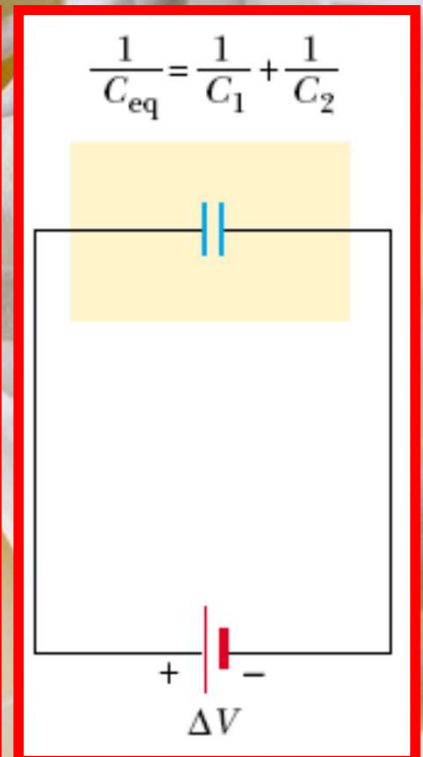
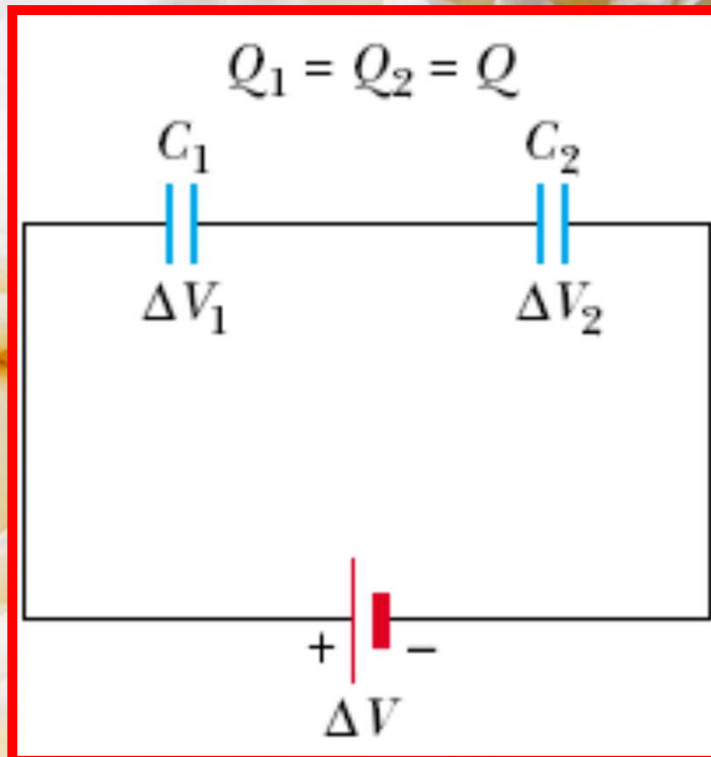
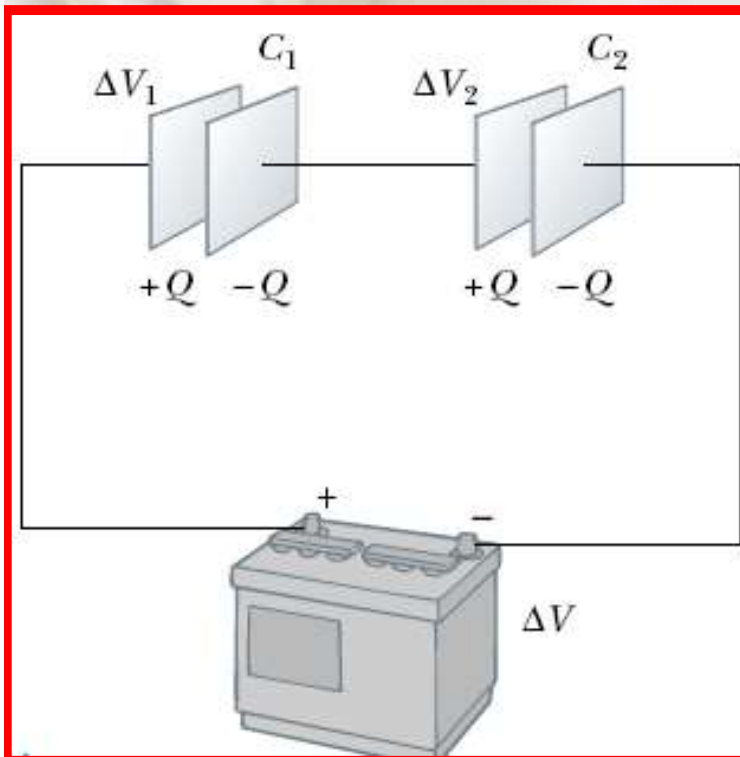
$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 \quad (\text{parallel combination})$$

$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots \quad (\text{parallel combination})$$

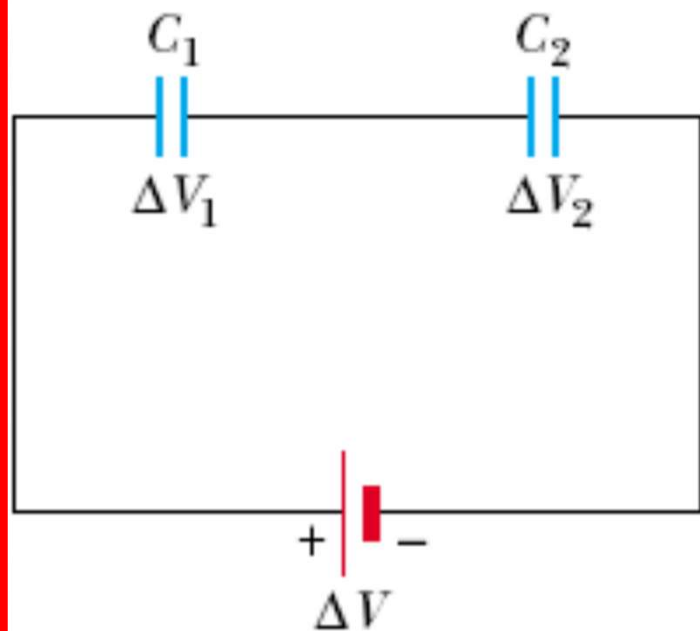
$$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$$



(2) ترکیب سری



$$Q_1 = Q_2 = Q$$

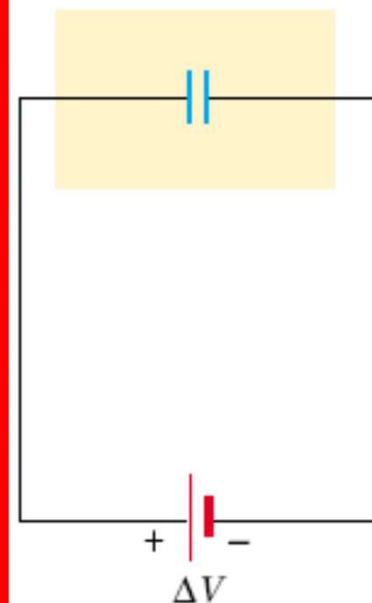


$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V_2$$

$$\Delta V = \frac{Q}{C_{eq}}$$

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

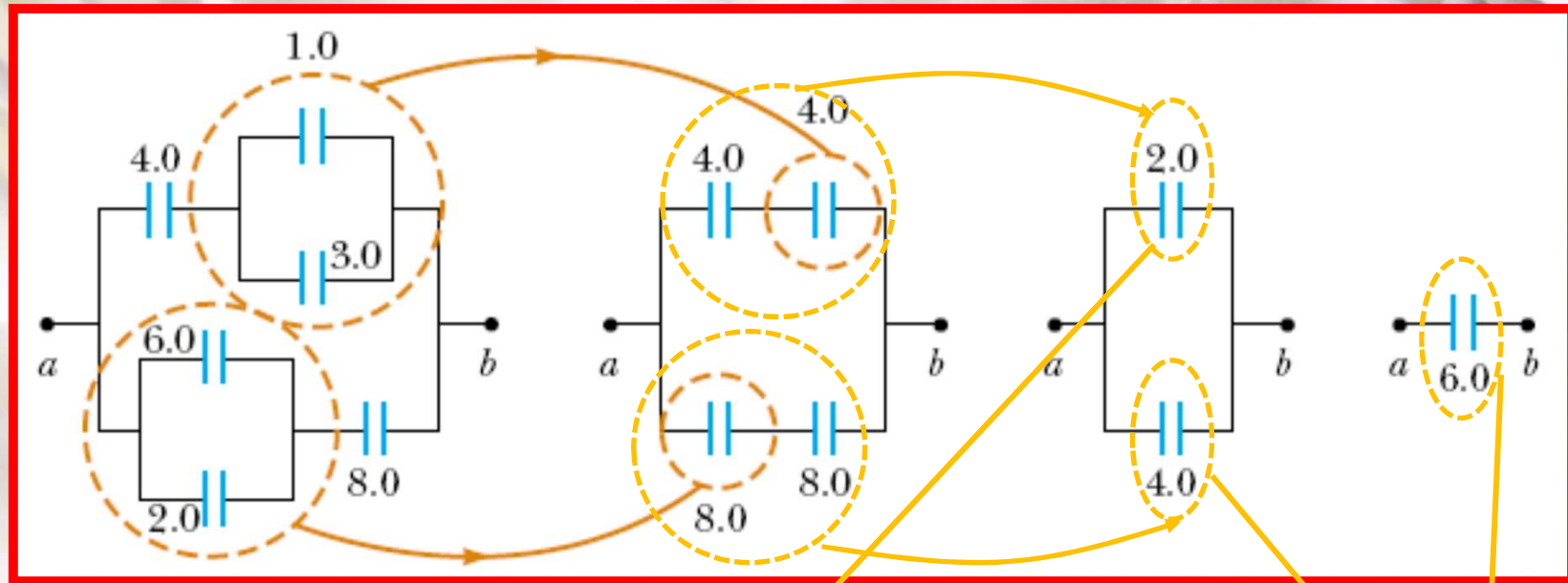
$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (\text{series combination})$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (\text{series combination})$$

مثال: ظرفیت معادل خازنهای مدار زیر را به دست آورید



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{4.0 \mu F} + \frac{1}{4.0 \mu F} = \frac{1}{2.0 \mu F}$$

$$C_{eq} = 2.0 \mu F$$

$$C_{eq} = C_1 + C_2 = 4.0 \mu F$$

$$C_{eq} = 2 + 4 = 6 \mu F$$

انرژی ذخیره شده در یک خازن

$$dW = \Delta V dq = \frac{q}{C} dq$$

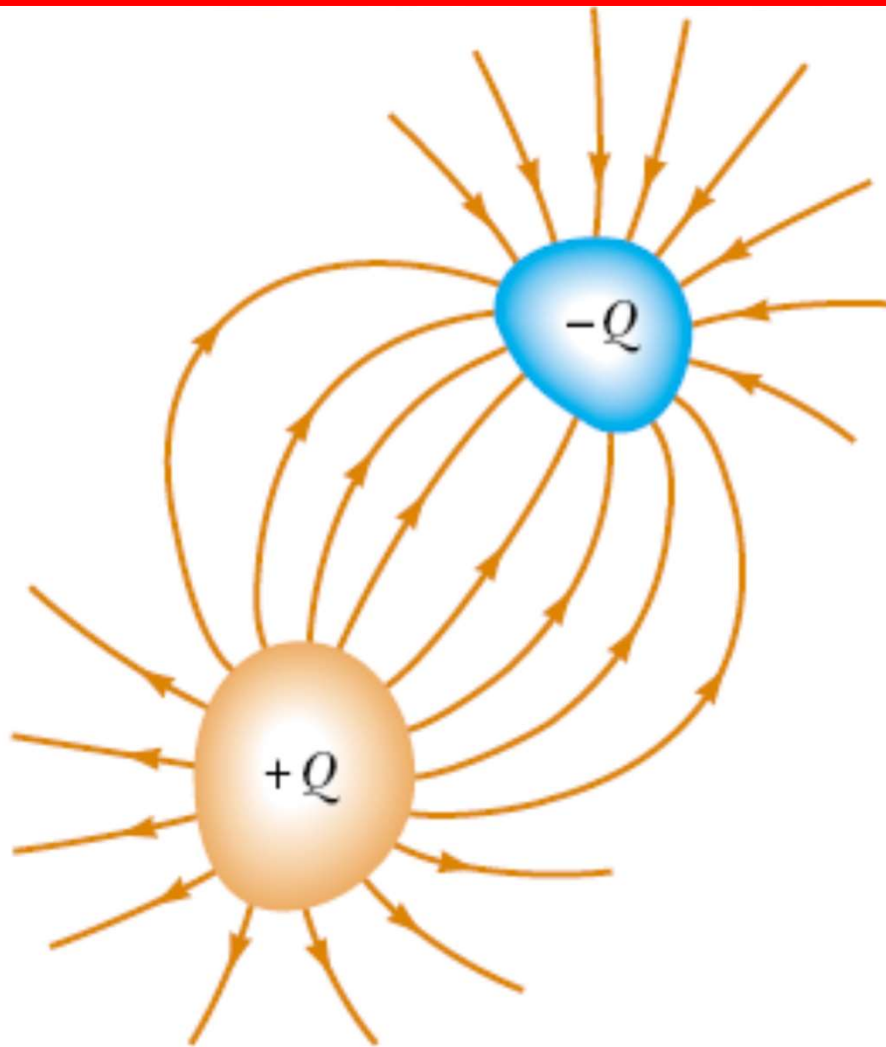
$$W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{C} \int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C}$$

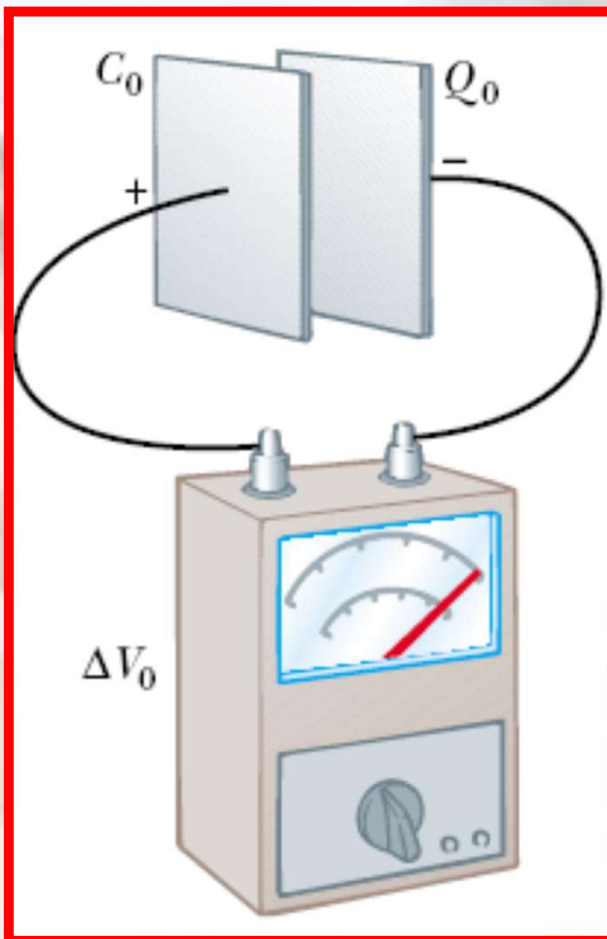
$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q \Delta V = \frac{1}{2}C(\Delta V)^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 A}{d} (E^2 d^2) = \frac{1}{2}(\epsilon_0 A d) E^2$$

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

چگالی انرژی





خازنها با دی الکتریکها

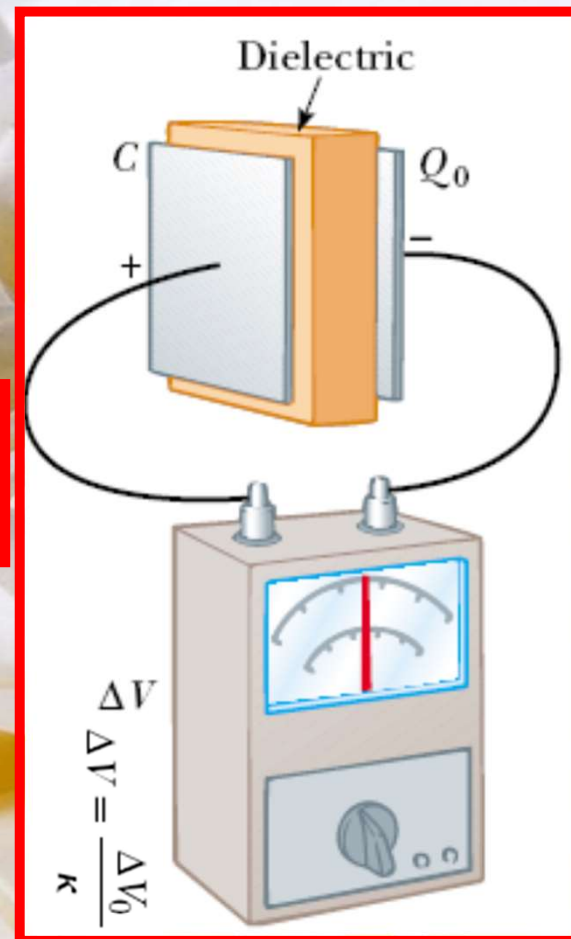
تجربه

$$\Delta V = \frac{\Delta V_0}{\kappa}$$

$$C = \frac{Q_0}{\Delta V} = \frac{Q_0}{\Delta V_0 / \kappa} = \kappa \frac{Q_0}{\Delta V_0}$$

$$C = \kappa C_0$$

$$C = \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d}$$



یک خازن باردار قبل
از ورود دی الکتریک

پس ظرفیت خازن
افزایش می یابد

همان خازن پس از
ورود دی الکتریک

بار خازن قبل و بعد از ورود دی الکتریک یکسان است

اما تجربه نشان می دهد که اختلاف پتانسیل دو سر آن کاهش می یابد



فوائد استفاده از دی الکتریکها در خازنها

(1) افزایش ظرفیت خازن

$$C = \kappa C_0$$

(2) افزایش ولتاژ اعمالی ماکزیمم

ولتاژ ماکزیمم قابل تحمل در یک خازن به قدرت دی الکتریک آن بستگی دارد

$$V = Ed$$

واحد قدرت دی الکتریک ولت بر متر می باشد

$$E = V/d$$

از طرفی ولت بر متر واحد میدان الکتریکی هم هست

بنابراین قدرت دی الکتریک ماکزیمم میدان الکتریکی است که می توان در خازن ایجاد کرد بدون آن که دی الکتریک آسیب ببیند

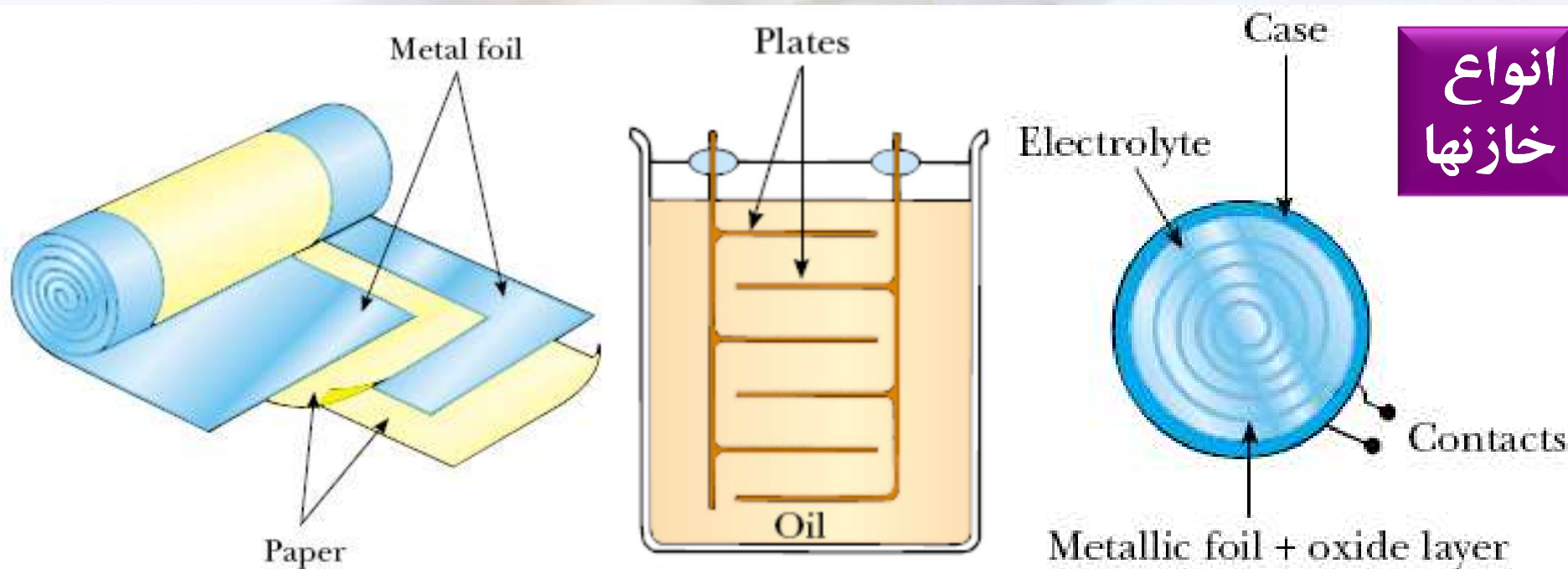
(3) از دی الکتریکها می توان به عنوان نگاه دارنده مکانیکی صفحات خازن استفاده کرد

پس به وسیله دی الکتریکهای نگاه دارنده می توان صفحات را به هم نزدیکتر کرد که خود منجر به افزایش ظرفیت خازن هم خواهد شد

Approximate Dielectric Constants and Dielectric Strengths of Various Materials at Room Temperature

Material	Dielectric Constant κ	Dielectric Strength ^a (10^6 V/m)
Air (dry)	1.000 59	3
Bakelite	4.9	24
Fused quartz	3.78	8
Mylar	3.2	7
Neoprene rubber	6.7	12
Nylon	3.4	14
Paper	3.7	16
Paraffin-impregnated paper	3.5	11
Polystyrene	2.56	24
Polyvinyl chloride	3.4	40
Porcelain	6	12
Pyrex glass	5.6	14
Silicone oil	2.5	15
Strontium titanate	233	8
Teflon	2.1	60
Vacuum	1.000 00	—
Water	80	—

انواع خازنها



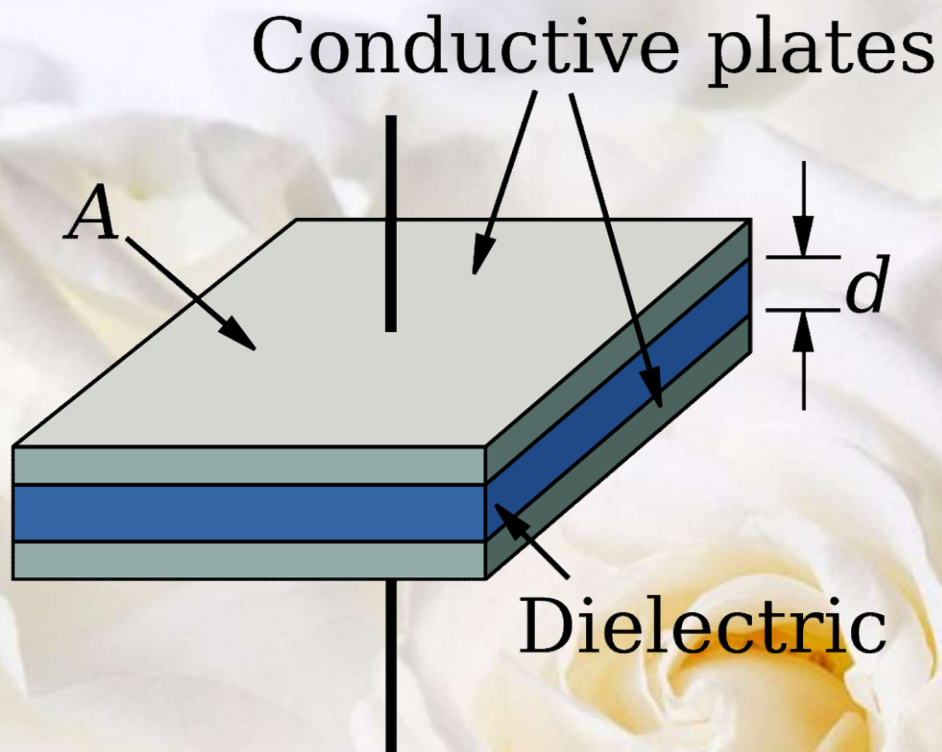
خازن استوانه ای کاغذی

خازن ولتاژ
بالای روغنی

خازن حلزونی
الکترولیتی



خازن متغیر از
10 تا 500
پیکوفاراد



یک خازن مسطح دارای صفحاتی با ابعاد 2 cm در 3 cm می باشد که بین آنها با یک کاغذ به ضخامت 1 mm پر شده است

الف) ظرفیت این خازن را به دست آورید

$$\begin{aligned} C &= \kappa \frac{\epsilon_0 A}{d} \\ &= 3.7 \left(\frac{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2) (6.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2)}{1.0 \times 10^{-3} \text{ m}} \right) \\ &= 20 \times 10^{-12} \text{ F} = 20 \text{ pF} \end{aligned}$$

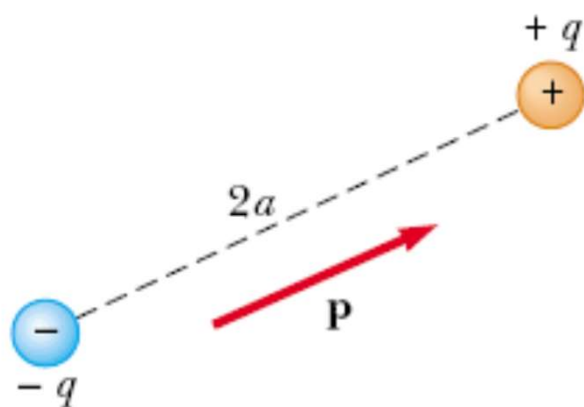
Approximate Dielectric Constants and Dielectric Strengths of Various Materials at Room Temperature

Material	Dielectric Constant κ	Dielectric Strength ^a (10^6 V/m)
Air (dry)	1.000 59	3
Bakelite	4.9	24
Fused quartz	3.78	8
Mylar	3.2	7
Neoprene rubber	6.7	12
Nylon	3.4	14
Paper	3.7	16
Paraffin-impregnated paper	3.5	11
Polystyrene	2.56	24
Polyvinyl chloride	3.4	40
Porcelain	6	12
Pyrex glass	5.6	14
Silicone oil	2.5	15
Strontium titanate	233	8
Teflon	2.1	60
Vacuum	1.000 00	—
Water	80	—

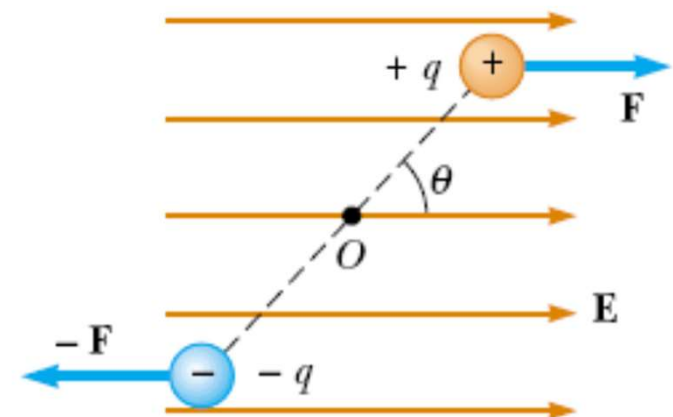
ب) ماکزیمم باری که می توان روی صفحات این خازن قرار داد را حساب کنید

$$\Delta V_{\max} = E_{\max} d = (16 \times 10^6 \text{ V/m})(1.0 \times 10^{-3} \text{ m}) \\ = 16 \times 10^3 \text{ V}$$

$$Q_{\max} = C \Delta V_{\max} = (20 \times 10^{-12} \text{ F})(16 \times 10^3 \text{ V}) \\ = 0.32 \mu\text{C}$$



دو الکتریکی
یک میدان
الکتریکی



$$p \equiv 2aq$$

$$\tau = 2Fa \sin \theta$$

$$\begin{aligned} U_f - U_i &= \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_f} pE \sin \theta d\theta = pE \int_{\theta_i}^{\theta_f} \sin \theta d\theta \\ &= pE [-\cos \theta]_{\theta_i}^{\theta_f} = pE (\cos \theta_i - \cos \theta_f) \end{aligned}$$

$$\tau = 2aqE \sin \theta = pE \sin \theta$$

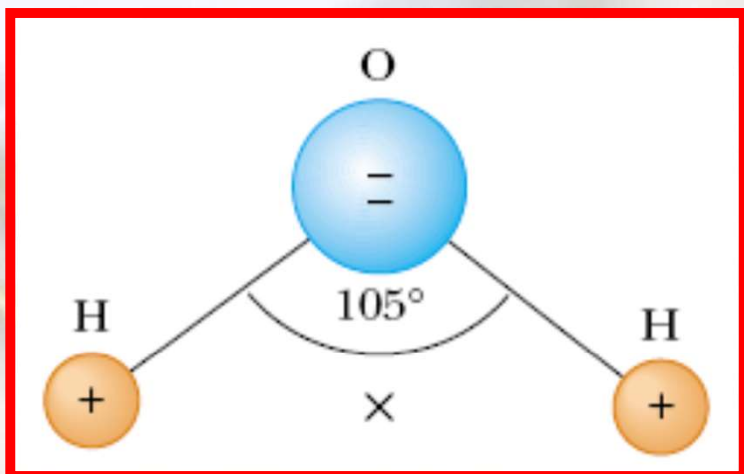
$$U = -pE \cos \theta$$

$$\theta_i = \pi/2$$

$$\theta_f = \theta$$

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

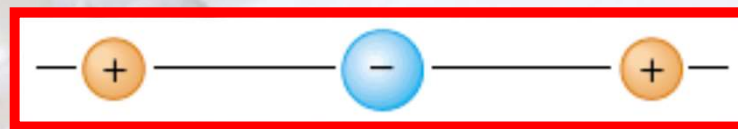
$$\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$$



مولکول آب دارای یک
دوقطبی دائمی می باشد

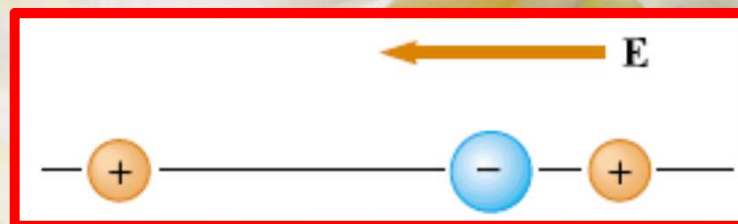
این دو قطبی دائمی ناشی
از هندسه غیرخطی آن
می باشد

مرکز بار مثبت در نقطه
نشان داده شده با ضربدر
X می باشد

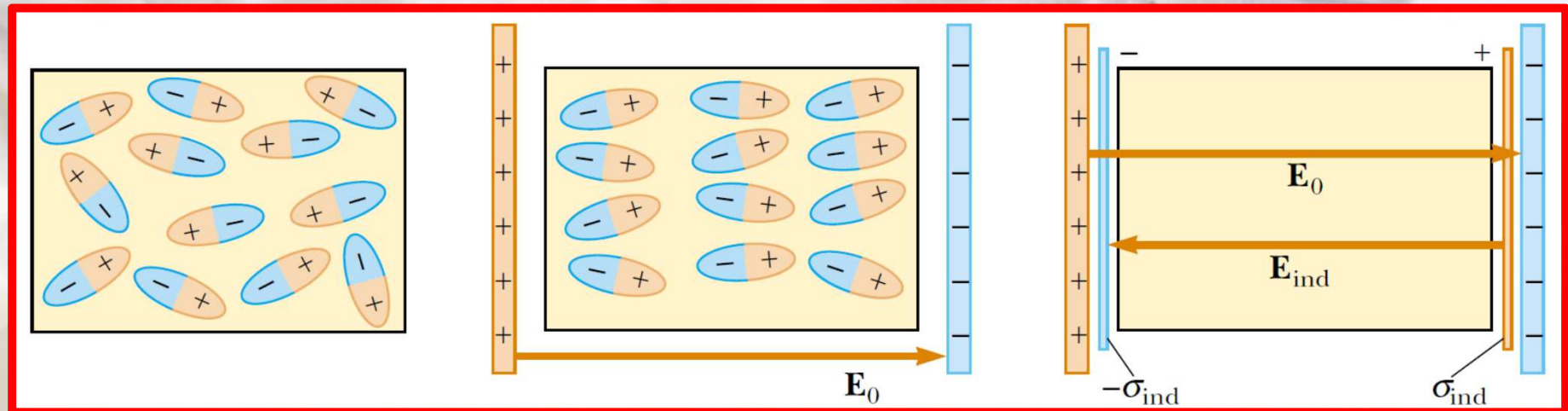


یک مولکول با تقارن
خطی فاقد دو قطبی
الکتریکی است

اما یک میدان الکتریکی
می تواند در آن سبب
ایجاد دو قطبی الکتریکی
شود



یک توصیف اتمی از دی الکتریکها

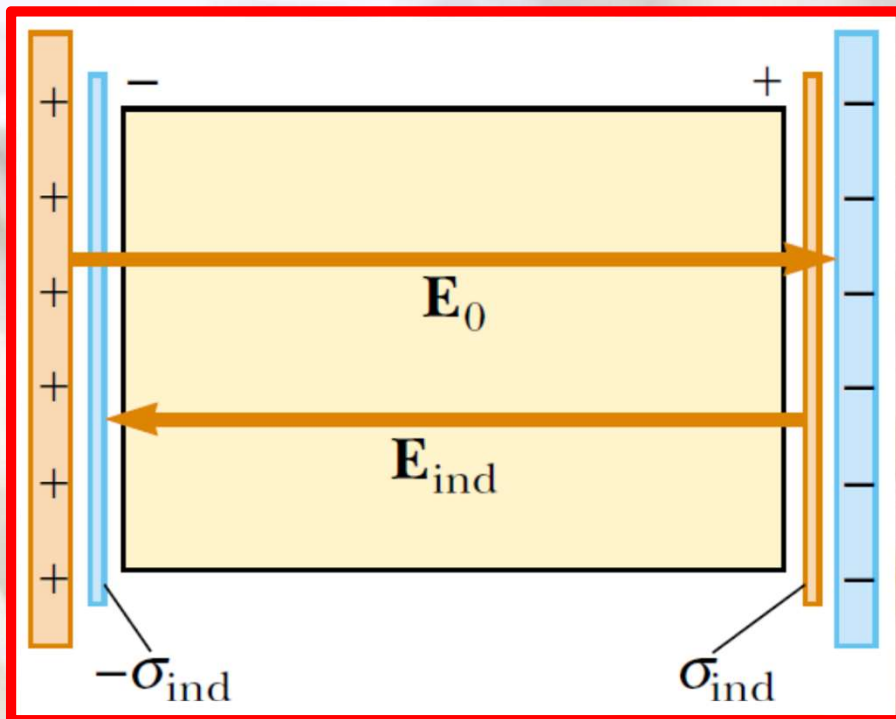


مولکولهای قطبی
به صورت رندم
در غیاب میدان
الکتریکی خارجی
توزیع شده اند

مولکولهای قطبی به
صورت منظم در
حضور میدان
الکتریکی خارجی
توزیع شده اند

لبه های باردار شده دی
الکتریک مانند یک خازن
جدید عمل می کنند که
قطبهای آن مخالف
قطبهای خازن اصلی است

بنابراین یک میدان در خلاف جهت میدان اولیه خازن در خازن پس
از قرار گیری دی الکتریک در آن القا می شود که سبب تضعیف
میدان می گردد



$$E = E_0 - E_{\text{ind}}$$

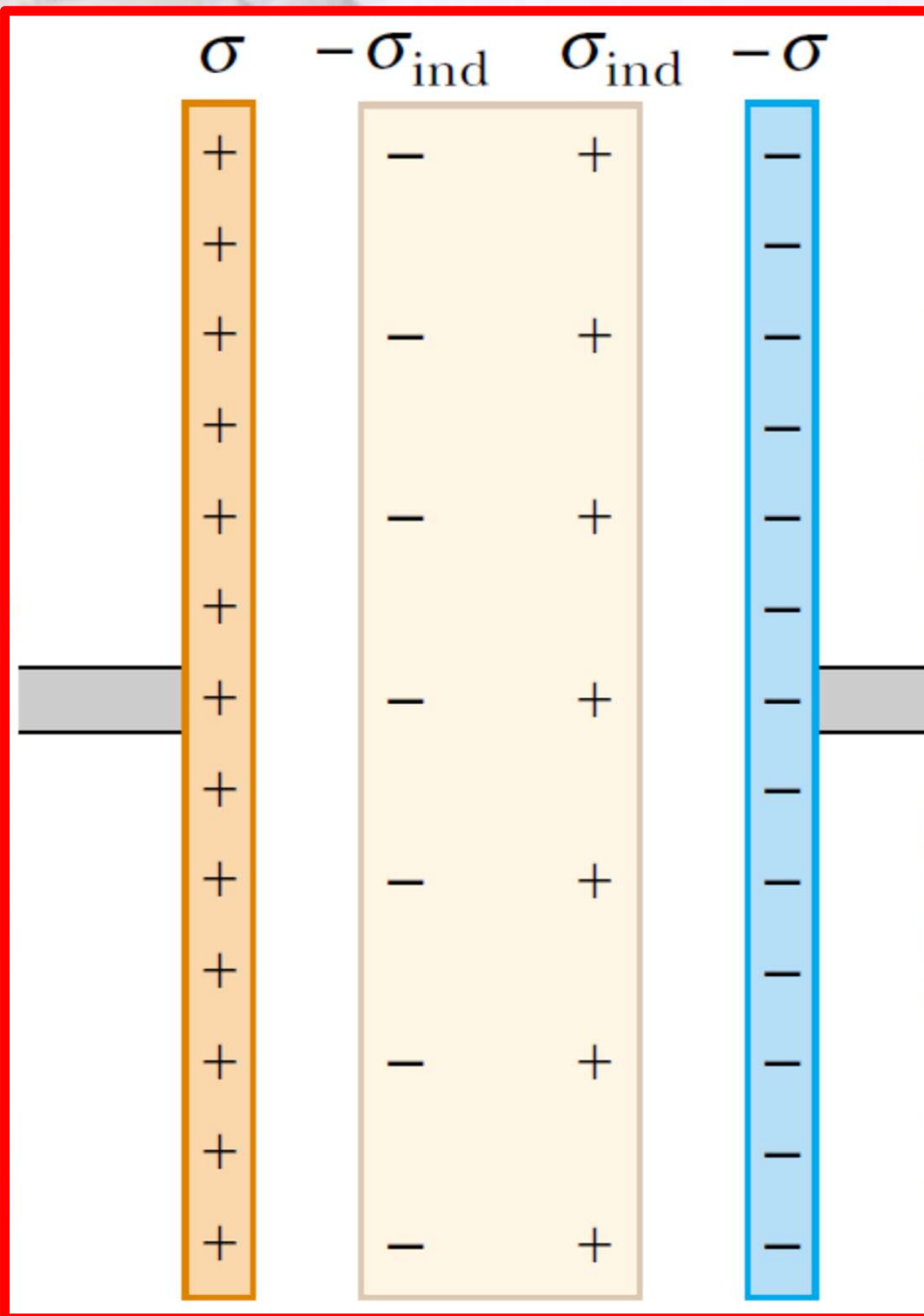
$$E_{\text{ind}} = \sigma_{\text{ind}}/\epsilon_0$$

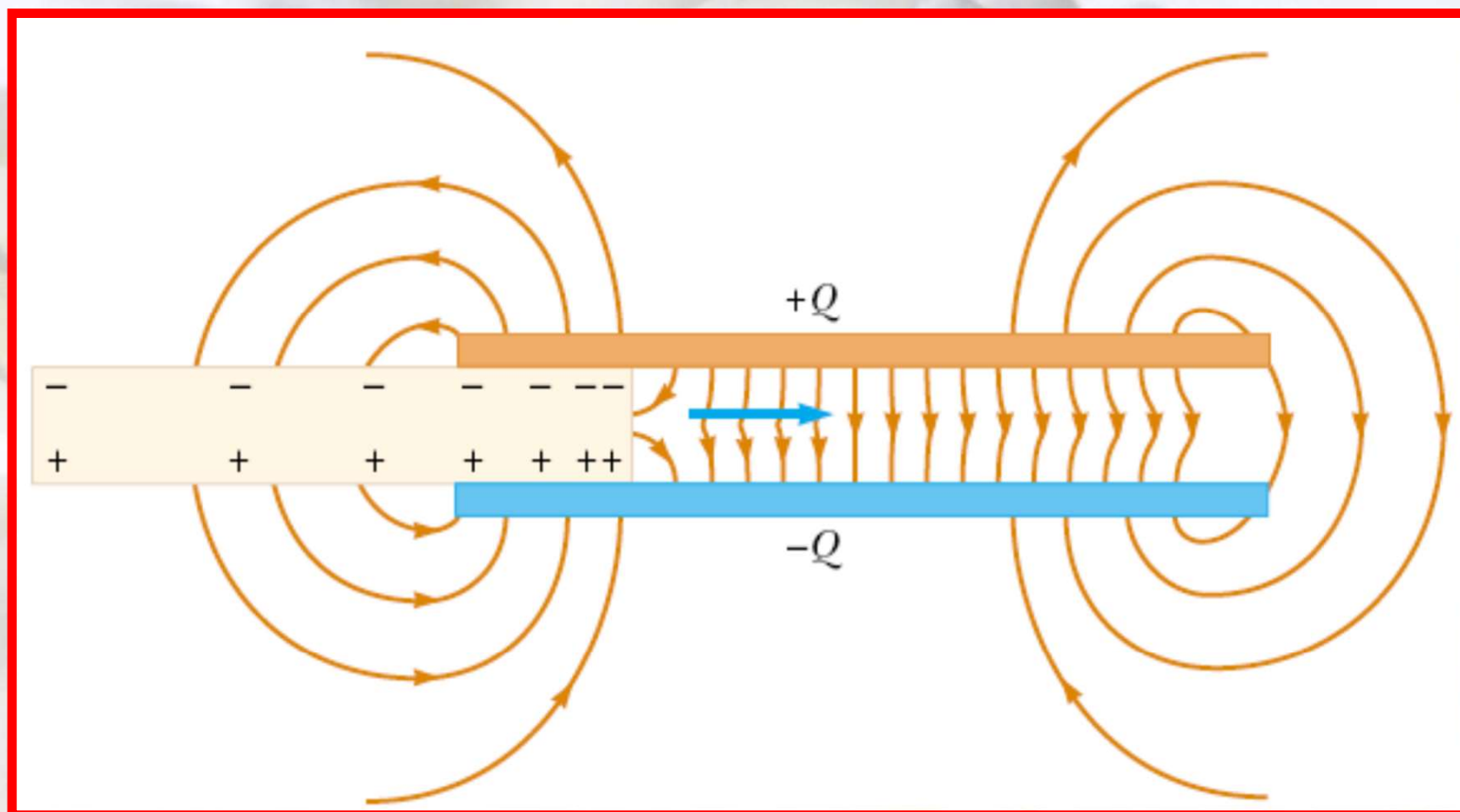
$$E = E_0/\kappa = \sigma/\kappa\epsilon_0$$

$$\frac{\sigma}{\kappa\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \frac{\sigma_{\text{ind}}}{\epsilon_0}$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{E}_0}{\kappa}$$

$$\sigma_{\text{ind}} = \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa}\right)\sigma$$

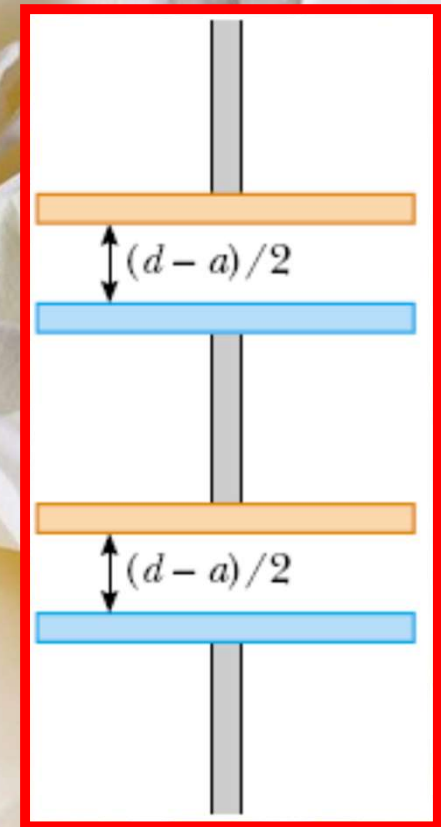
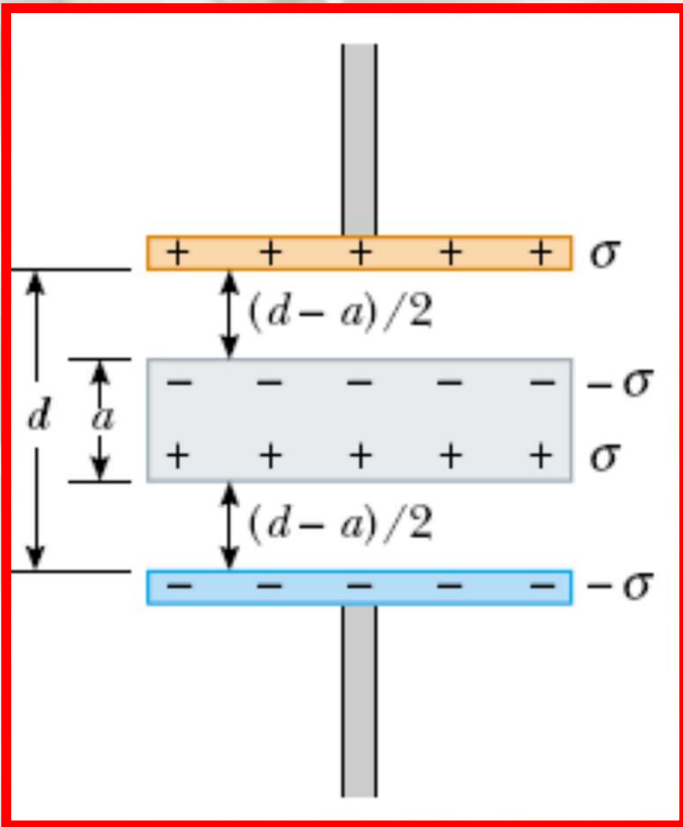




میدان الکتریکی غیریکنواخت نزدیک لبه های یک خازن مسطح سبب می شود که یک دی الکتریک به درون خازن کشیده شود

توجه کنید که میدان غیریکنواخت روی بارهای القا شده روی سطح دی الکتریک که غیر یکنواخت توزیع شده اند عمل می کند و آن را به درون می کشد

مثال: الف) یک تیغه فلزی با ضخامت a وسط یک خازن مسطح قرار داده شده است. ظرفیت این خازن را به دست آورید.



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{\left[\frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} \right]} + \frac{1}{\left[\frac{\epsilon_0 A}{(d-a)/2} \right]}$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d-a}$$

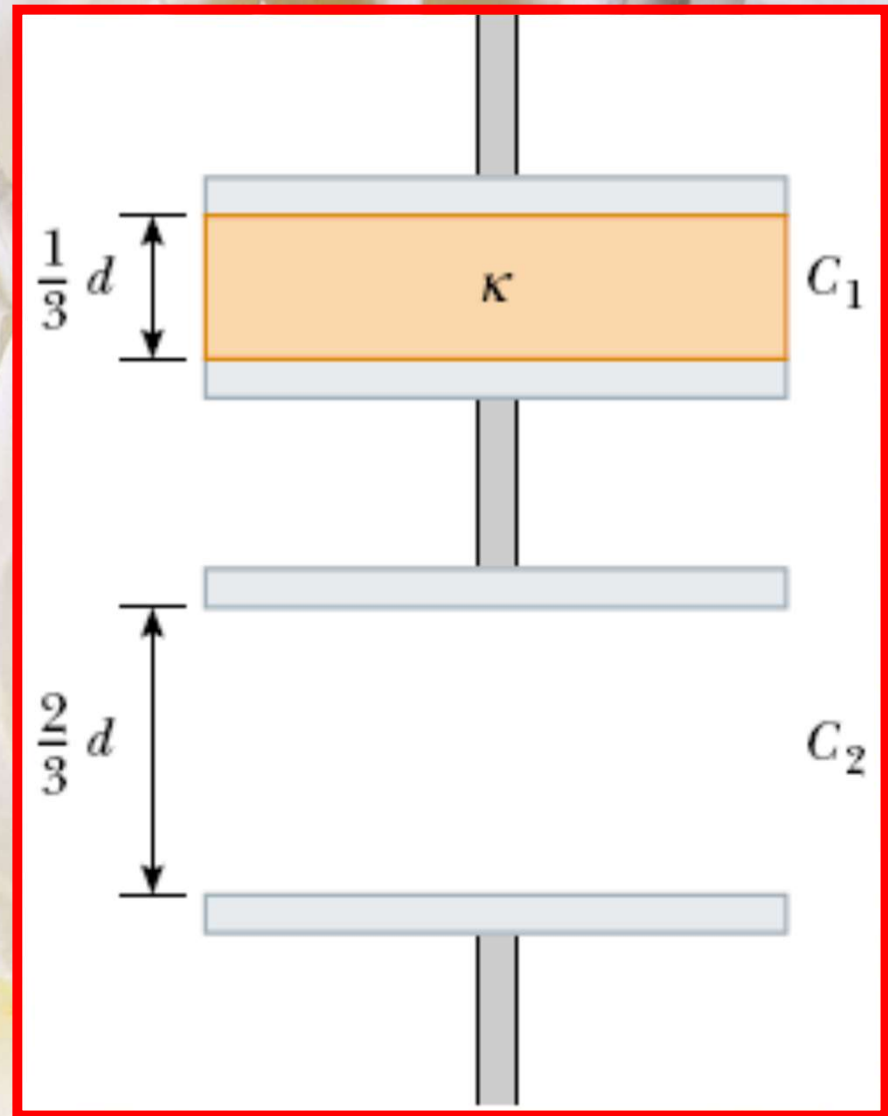
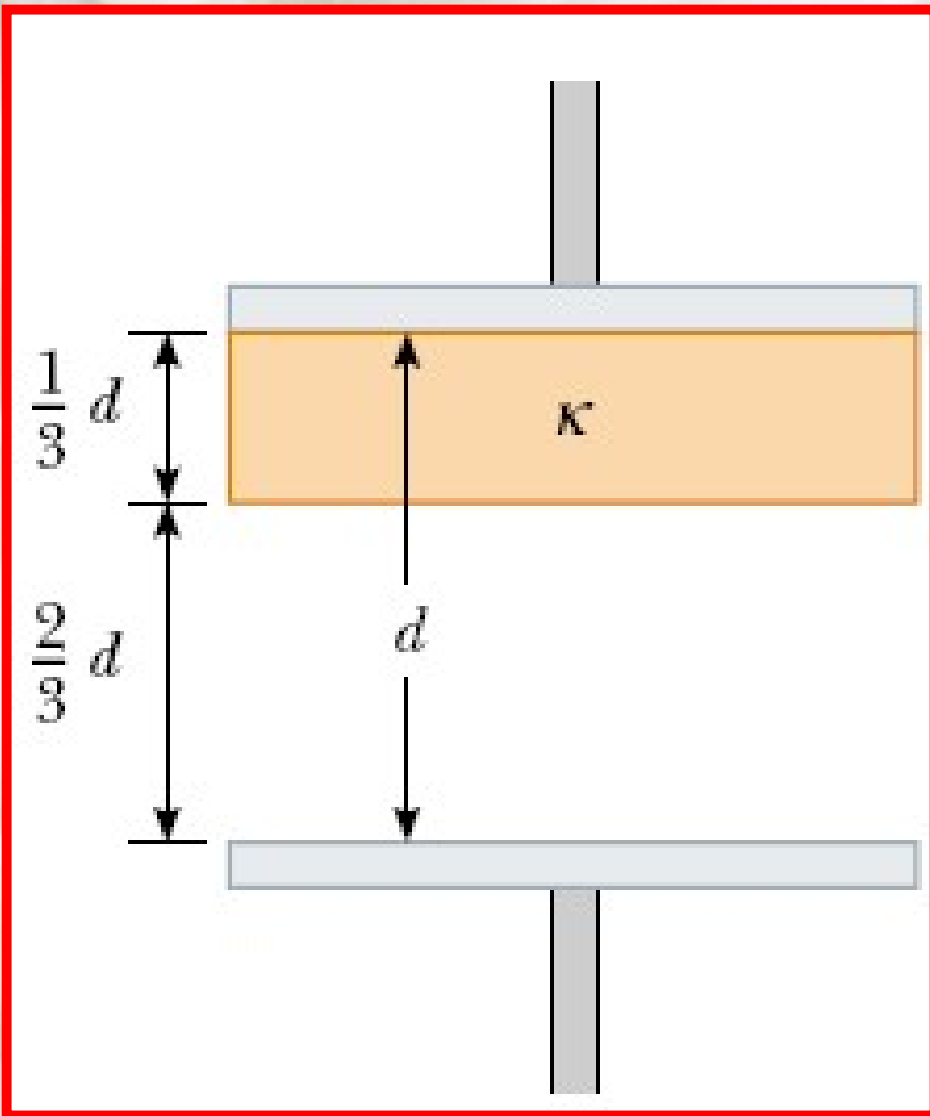
$$C = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\epsilon_0 A}{d - a} = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

ب) نشان دهید که ظرفیت خازن اصلی با قراردادن یک فلز با ضخامت بینهایت کوچک تغییر نمی کند

ج) اگر تیغه فلزی را به صورت متقارن در وسط خازن قرار نمی دادیم، آیا روی ظرفیت خازن نسبت به وقتی که آن را در وسط آن قرار داده بودیم اثرگذار بود.

$$\begin{aligned} \frac{1}{C} &= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{1}{(\epsilon_0 A/b)} + \frac{1}{\epsilon_0 A/(d - b - a)} \\ &= \frac{b}{\epsilon_0 A} + \frac{d - b - a}{\epsilon_0 A} = \frac{d - a}{\epsilon_0 A} \\ C &= \frac{\epsilon_0 A}{d - a} \end{aligned}$$

مثال: ظرفیت یک خازن مسطح به ضخامت d پس از قرار دادن یک تیغه دی الکتریک به ضخامت $1/3d$ در آن را به دست آورید



$$C_1 = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d/3} \quad \text{and} \quad C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{2d/3}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d/3}{\kappa \epsilon_0 A} + \frac{2d/3}{\epsilon_0 A}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{d}{3\epsilon_0 A} \left(\frac{1}{\kappa} + 2 \right) = \frac{d}{3\epsilon_0 A} \left(\frac{1 + 2\kappa}{\kappa} \right)$$

$$C = \left(\frac{3\kappa}{2\kappa + 1} \right) \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C = \left(\frac{3\kappa}{2\kappa + 1} \right) C_0$$

