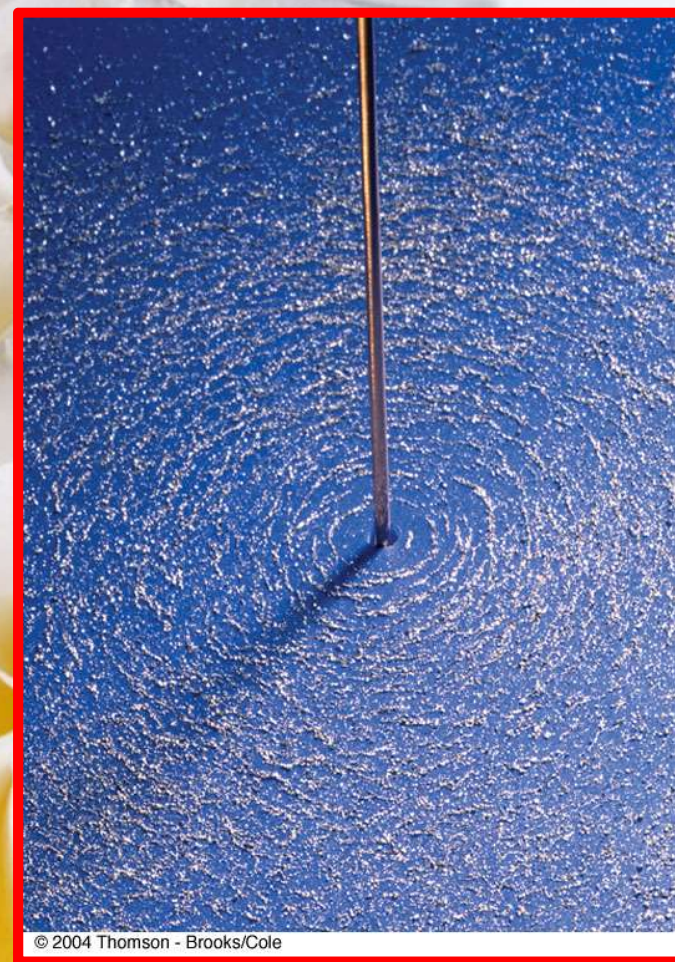
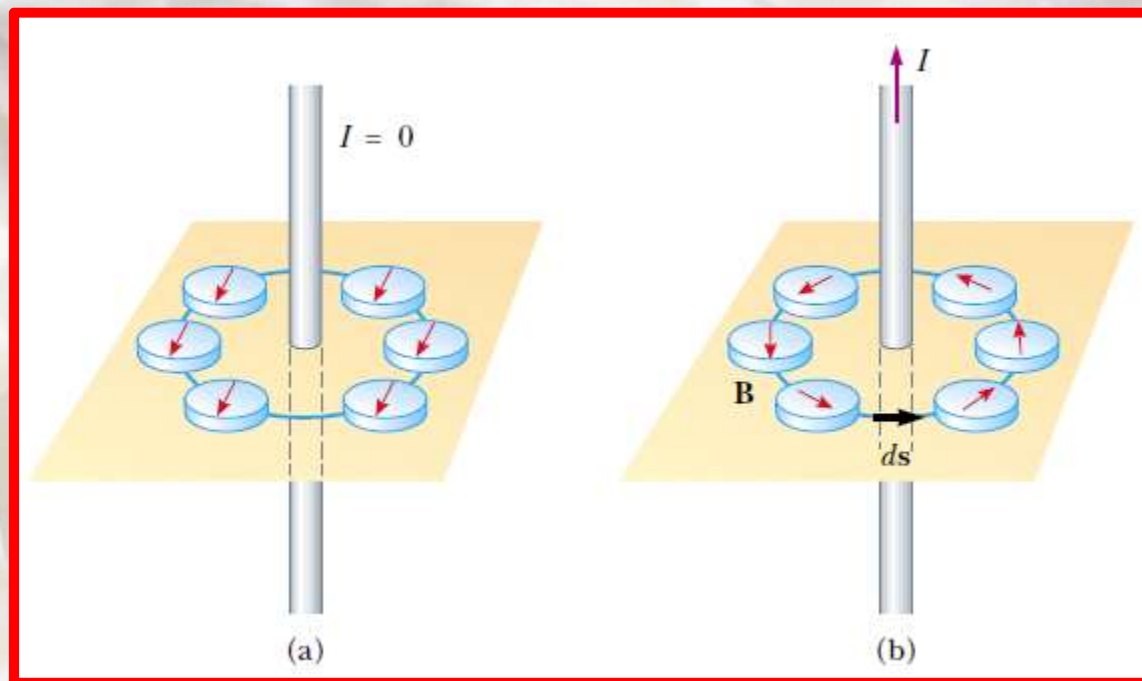
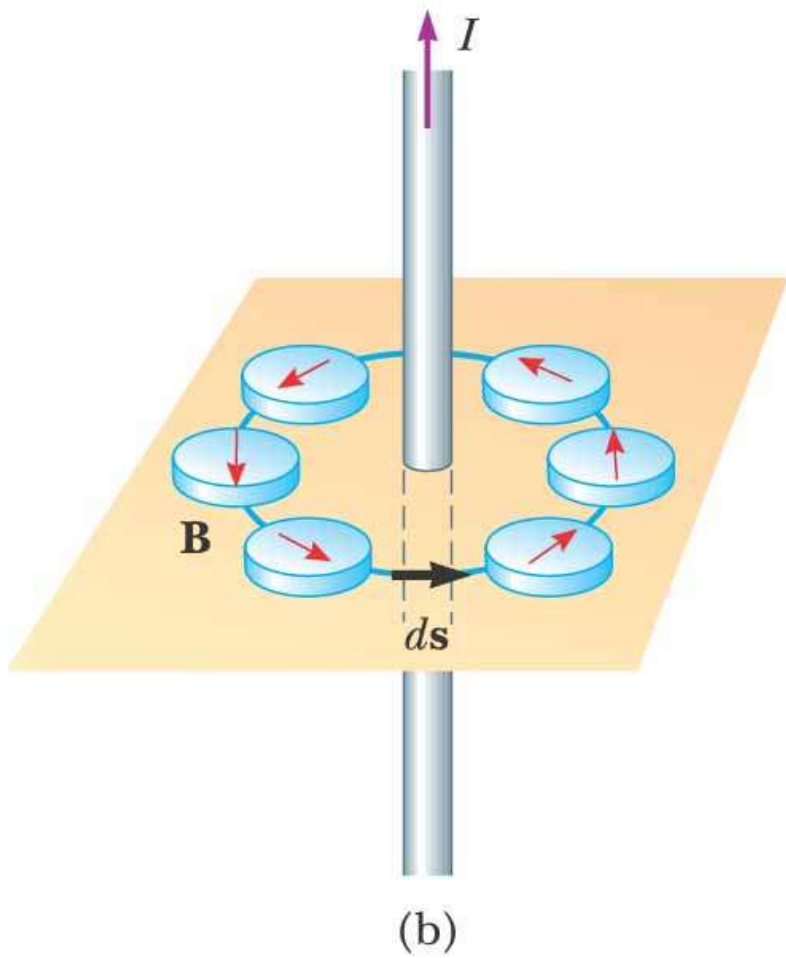


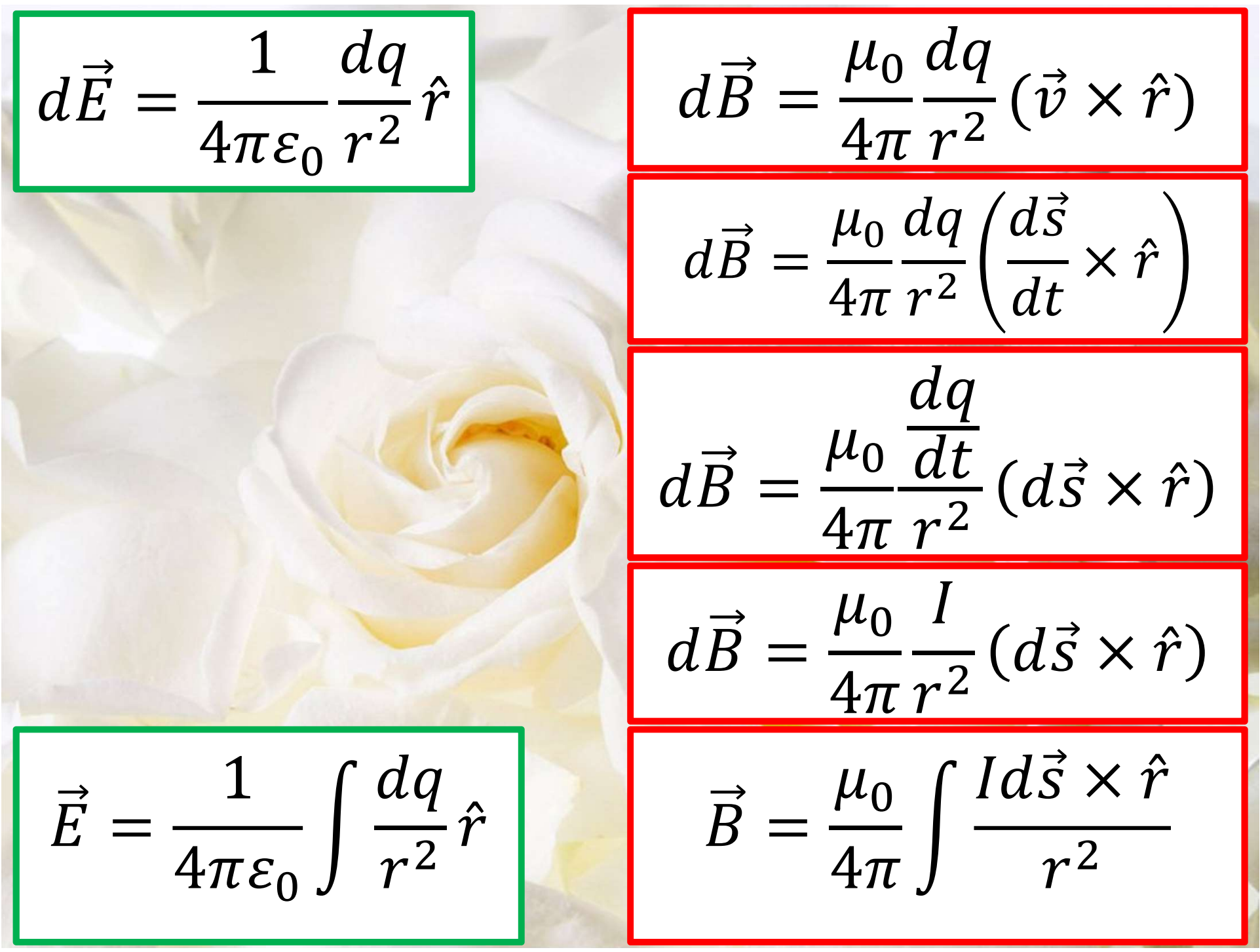




©2004 Thomson - Brooks/Cole



© 2004 Thomson - Brooks/Cole


$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq}{r^2} (\vec{v} \times \hat{r})$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq}{r^2} \left(\frac{d\vec{s}}{dt} \times \hat{r} \right)$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\frac{dq}{dt}}{r^2} (d\vec{s} \times \hat{r})$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{r^2} (d\vec{s} \times \hat{r})$$

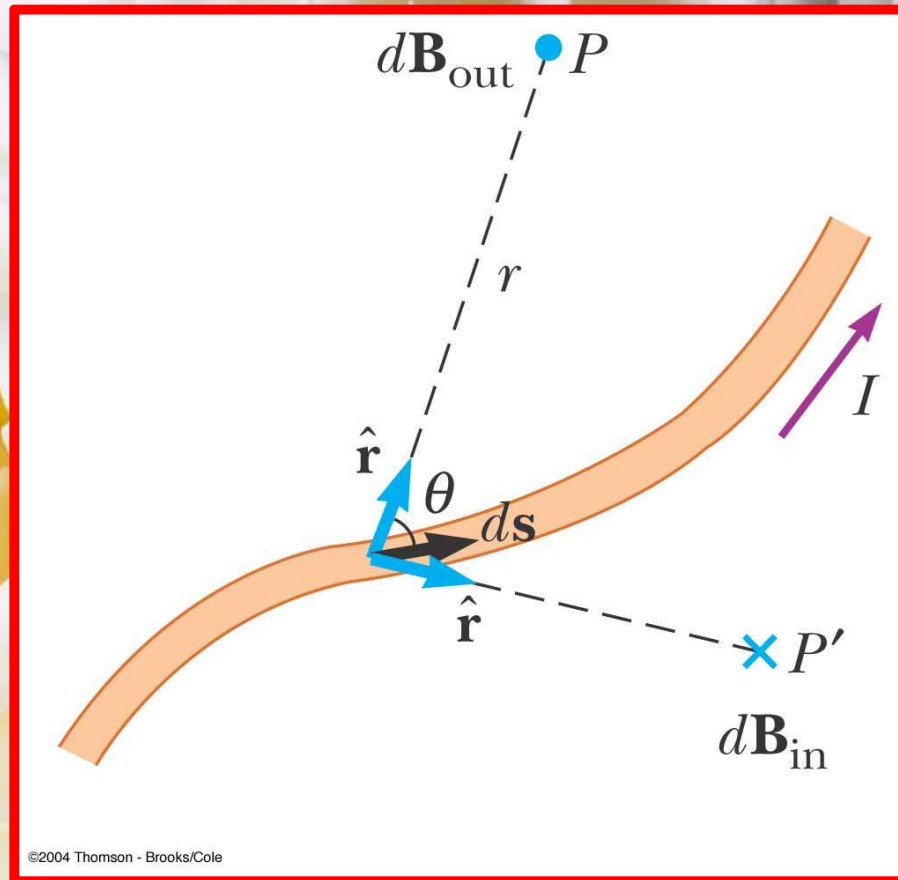
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

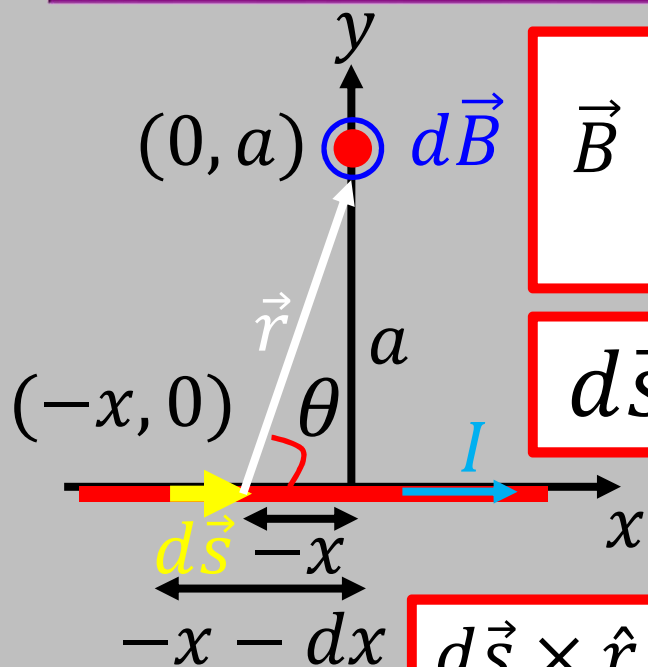
$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



مثال: میدان مغناطیسی یک میله با طول بینهایت که جریان I به طور یکنواخت از آن مطابق شکل زیر می گذرد را در در فاصله a از آن با استفاده از قانون بیوساوار محاسبه کنید



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \hat{k} \int \frac{\sin\theta a (1 + \cot^2\theta) d\theta}{a^2 (1 + \cot^2\theta)}$$

$$d\vec{s} = dx \hat{i}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \hat{k} \int_0^\pi \sin\theta d\theta$$

$$\hat{r} = \cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4a} \hat{k} (-\cos\theta)_0^\pi$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = dx \hat{i} \times (\cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j})$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \hat{k}$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = \sin\theta dx \hat{k}$$

$$\vec{r} = x \hat{i} + a \hat{j}$$

$$r = \sqrt{a^2 + x^2} = a \sqrt{1 + (x/a)^2}$$

$$r = a \sqrt{1 + \cot^2\theta}$$

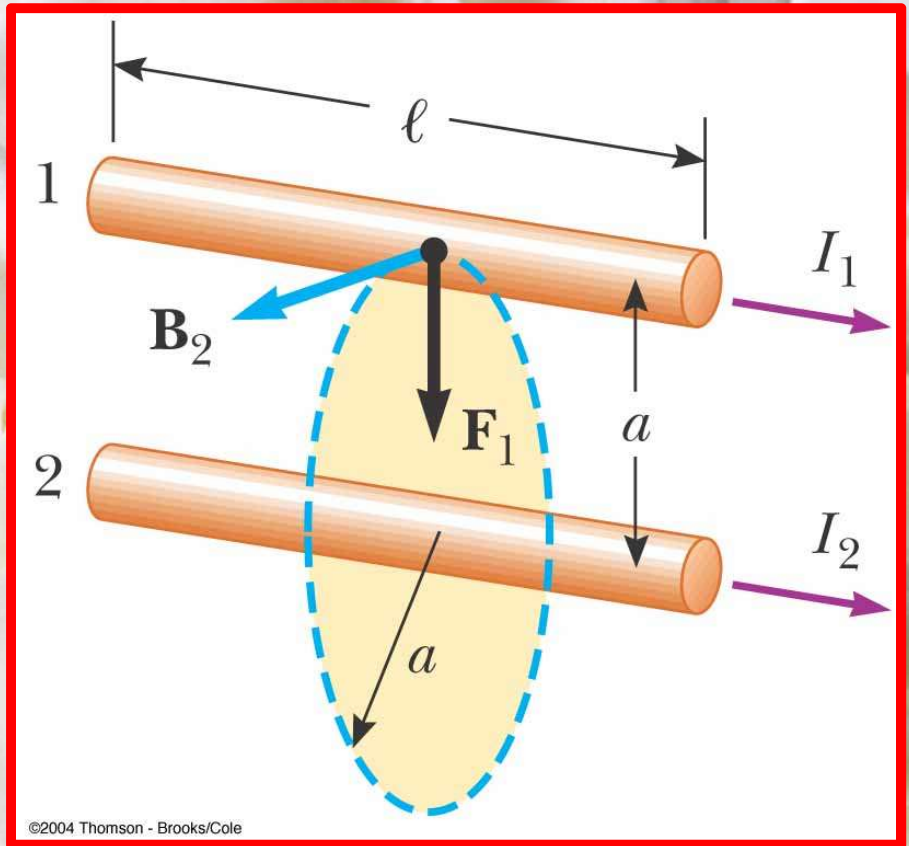
$$\cot\theta = -x/a$$

$$a(1 + \cot^2\theta) d\theta = dx$$

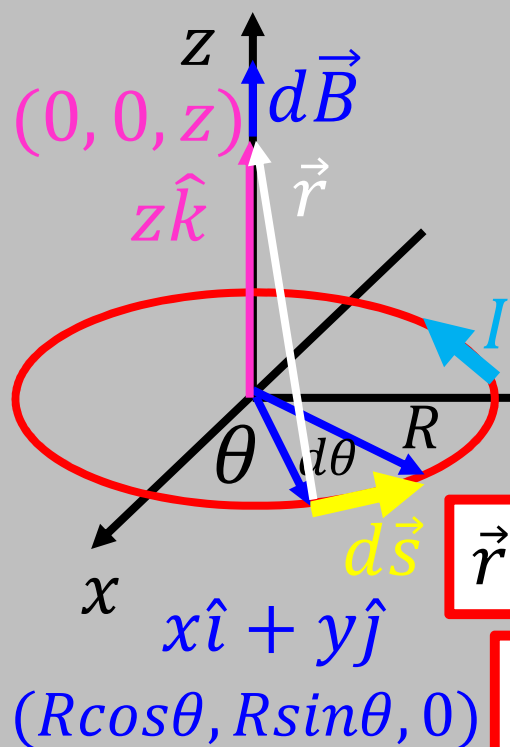
$$\mathbf{F}_1 = l\mathbf{I}_1 \times \mathbf{B}_2$$
$$|\mathbf{F}_1| = lI_1B_2$$

$$\mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0}{2\pi a} \mathbf{I}_2 \times \hat{\mathbf{a}}$$
$$|\mathbf{B}_2| = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$$

$$F_1 = lI_1B_2; \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}$$
$$F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} l$$



مثال: میدان مغناطیسی یک حلقه به شعاع R حامل جریان یکنواخت I در فاصله z از آن مطابق شکل زیر را با استفاده از قانون بیوساوار محاسبه کنید



$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$d\vec{s} = -ds \sin\theta \hat{i} + ds \cos\theta \hat{j}$$

$$ds = R d\theta$$

$$d\vec{s} = -R \sin\theta d\theta \hat{i} + R \cos\theta d\theta \hat{j}$$

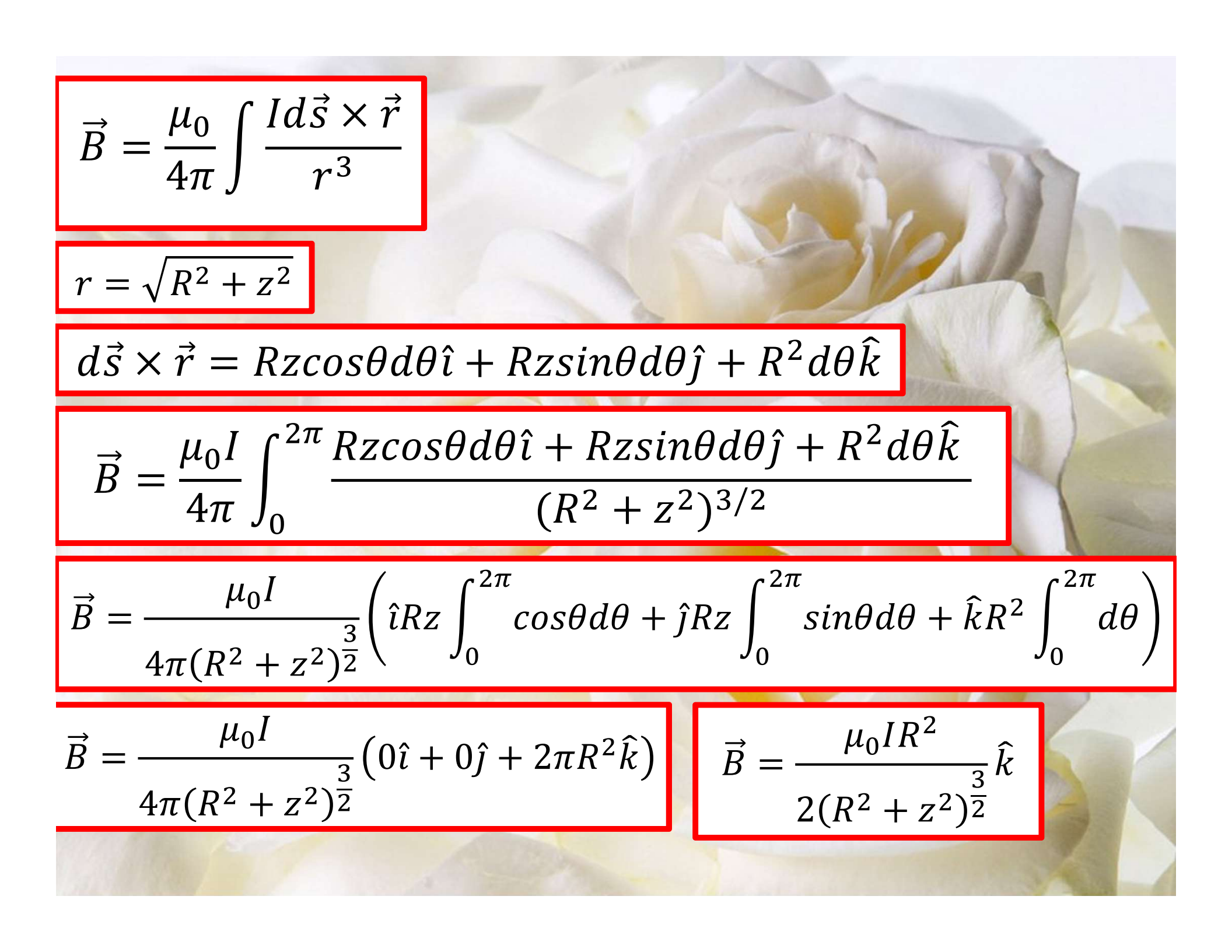
$$\vec{r} = -R \cos\theta \hat{i} - R \sin\theta \hat{j} + z \hat{k}$$

$$r = \sqrt{R^2 + z^2}$$

$$d\vec{s} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -R \sin\theta d\theta & R \cos\theta d\theta & 0 \\ -R \cos\theta & -R \sin\theta & z \end{vmatrix}$$

$$d\vec{s} \times \vec{r} = \hat{i}(Rz \cos\theta d\theta - 0) - \hat{j}(-Rz \sin\theta d\theta) + \hat{k}(R^2 \sin^2\theta d\theta + (R^2 \cos^2\theta d\theta))$$

$$d\vec{s} \times \vec{r} = Rz \cos\theta d\theta \hat{i} + Rz \sin\theta d\theta \hat{j} + R^2 d\theta \hat{k}$$


$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{Id\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$$

$$r = \sqrt{R^2 + z^2}$$

$$d\vec{s} \times \vec{r} = Rz\cos\theta d\theta \hat{i} + Rz\sin\theta d\theta \hat{j} + R^2 d\theta \hat{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{Rz\cos\theta d\theta \hat{i} + Rz\sin\theta d\theta \hat{j} + R^2 d\theta \hat{k}}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\hat{i}Rz \int_0^{2\pi} \cos\theta d\theta + \hat{j}Rz \int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta + \hat{k}R^2 \int_0^{2\pi} d\theta \right)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} (0\hat{i} + 0\hat{j} + 2\pi R^2 \hat{k})$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{k}$$

$$z = 0$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \hat{k}$$

$$z \gg R$$

$$(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} = z^3 \left(1 + \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \cong z^3 \left(1 + \frac{3}{2} \left(\frac{R}{z} \right)^2 \right) \cong z^3$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2}{2z^3} \hat{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R^2 \pi}{2\pi z^3} \hat{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{2\pi z^3} \hat{k}$$

مثال: میدان مغناطیسی یک نیم دایره به شعاع R حامل جریان یکنواخت I در فاصله z از آن را با استفاده از قانون بیوساوار محاسبه کنید

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\hat{i} R z \int_0^\pi \cos\theta d\theta + \hat{j} R z \int_0^\pi \sin\theta d\theta + \hat{k} R^2 \int_0^\pi d\theta \right)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} (\hat{i} R z (0) + \hat{j} R z (2) + \hat{k} R^2 (\pi))$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R z}{2\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{j} + \frac{\mu_0 I R^2}{4(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{k}$$

$$z = 0$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4R} \hat{k}$$

مثال: میدان مغناطیسی ربع دایره به شعاع R حامل جریان یکنواخت I در فاصله z از آن را با استفاده از قانون بیوساوار محاسبه کنید

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \left(\hat{i} R z \int_0^{\pi/2} \cos\theta d\theta + \hat{j} R z \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta + \hat{k} R^2 \int_0^{\pi/2} d\theta \right)$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} (\hat{i} R z (1) + \hat{j} R z (1) + \hat{k} R^2 (\pi/2))$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I R z}{4\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{i} + \frac{\mu_0 I R z}{4\pi(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{j} + \frac{\mu_0 I R^2}{8(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{k}$$

$$z = 0$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{8R} \hat{k}$$

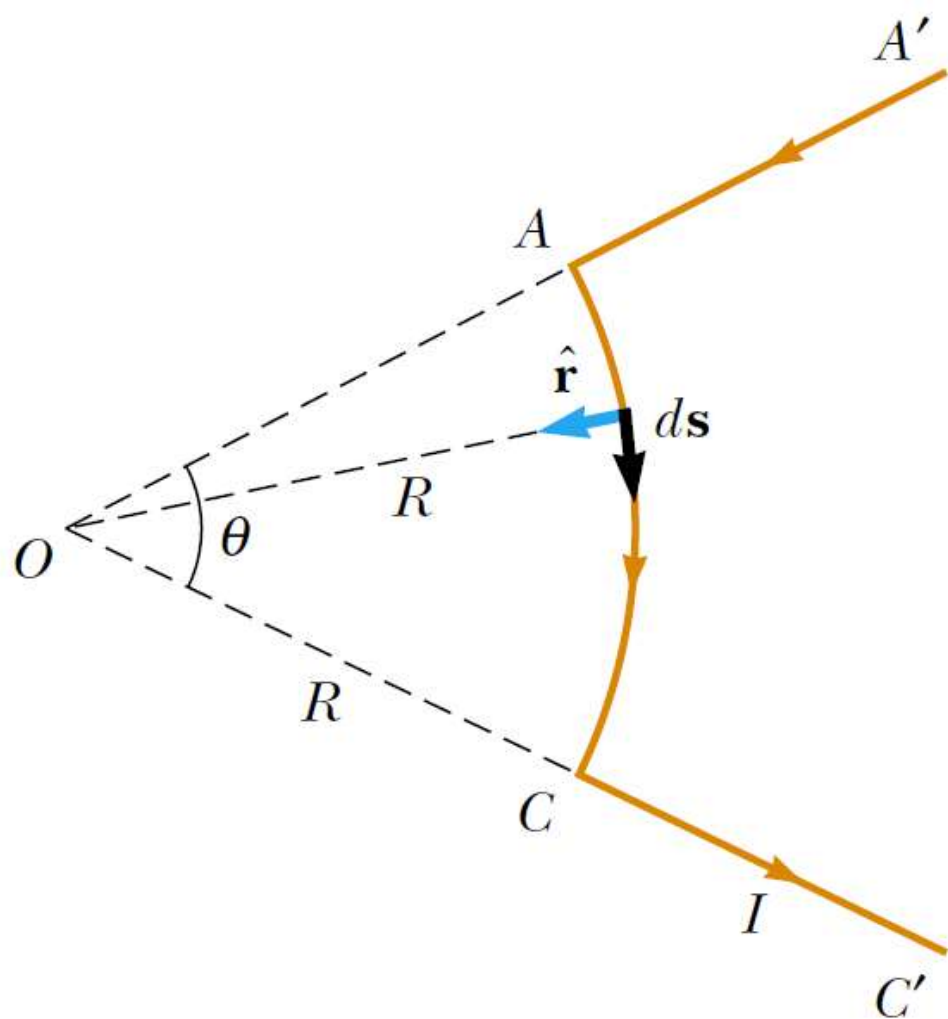
مثال: میدان مغناطیسی مدار زیر حامل جریان یکنواخت I را در نقطه O با استفاده از قانون بیوساوار محاسبه کنید

میدان مغناطیسی میله های $A'A$ و $C'C$ در نقطه O برابر صفر است، زیرا

$$d\vec{s} \times \vec{r} = 0$$

پس، میدان مغناطیسی قطاع دایروی و در نتیجه میدان مغناطیسی کل در نقطه O برابر است با:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{\theta}{2\pi} \hat{\otimes}$$



مثال: میدان مغناطیسی مدار زیر را به دست آورید:

پس، میدان مغناطیسی قطاعهای دایروی و در نتیجه میدان مغناطیسی کل برابر است با:

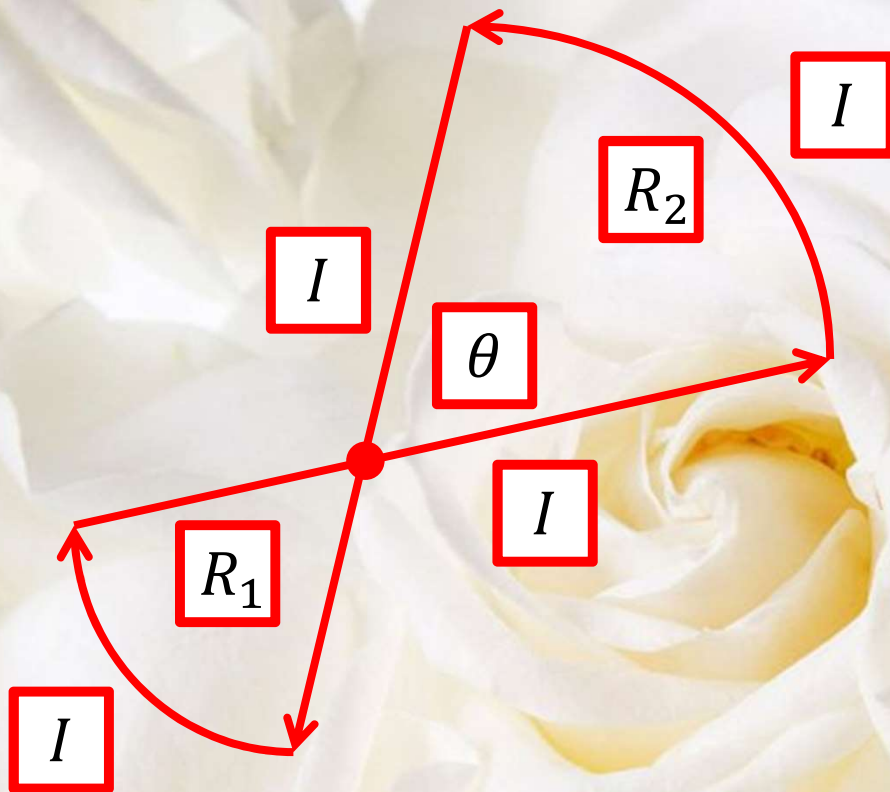
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{\theta}{2\pi} \hat{k}$$

$$\vec{B}_{\otimes} = \vec{B}_{1\otimes} - \vec{B}_{2\odot}$$

$$\vec{B}_{\otimes} = \left(\frac{\mu_0 I}{2R_1} \left(\frac{\theta}{2\pi} \right) - \frac{\mu_0 I}{2R_2} \left(\frac{\theta}{2\pi} \right) \right) \hat{\otimes}$$

$$\vec{B}_{\otimes} = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \hat{\otimes}$$

$$\vec{B}_{\otimes} = \frac{\mu_0 I \theta}{4\pi} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right) \hat{\otimes}$$



میدان مغناطیسی میله ها برابر صفر است، زیرا

$$d\vec{s} \times \vec{r} = 0$$

مثال: میدان مغناطیسی مدار زیر را به دست آورید:

میدان مغناطیسی میله ها برابر صفر است، زیرا

$$d\vec{s} \times \vec{r} = 0$$

پس، میدان مغناطیسی قطاعهای دایروی و در نتیجه میدان مغناطیسی کل برابر است با:

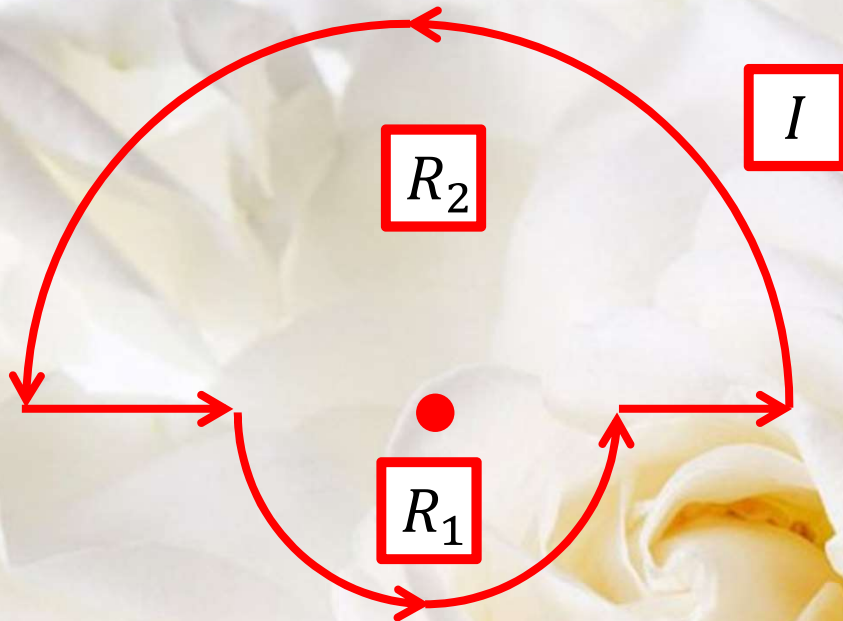
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{\theta}{2\pi} \hat{k}$$

$$\vec{B}_{\odot} = \vec{B}_{1\odot} + \vec{B}_{2\odot}$$

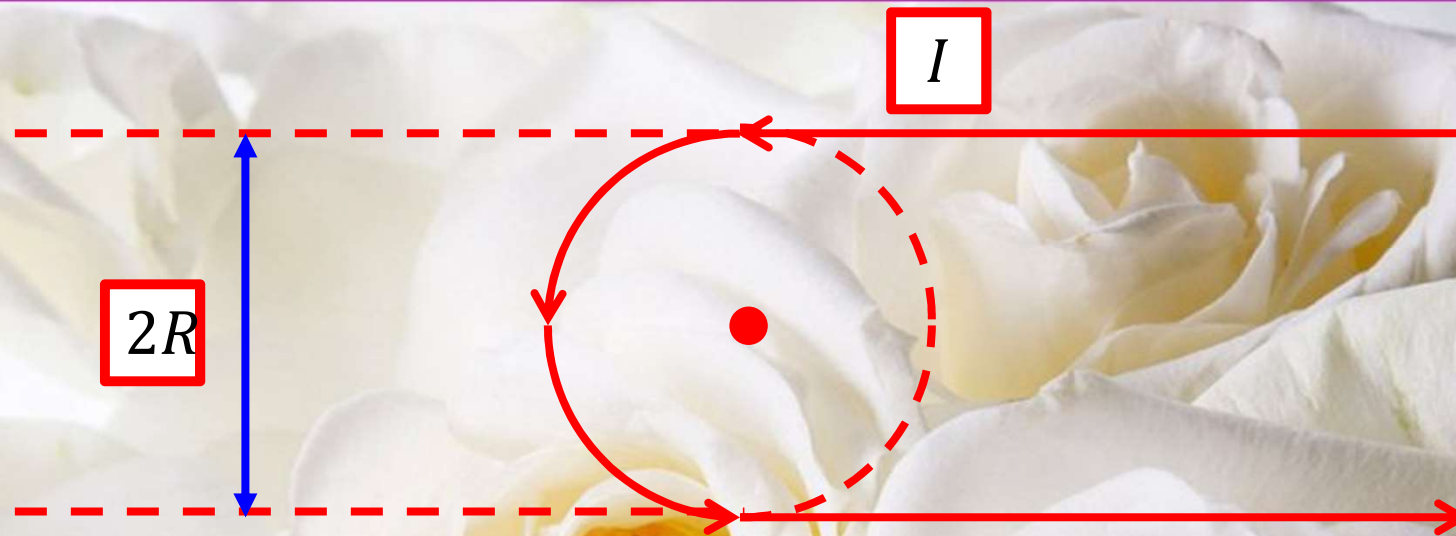
$$\vec{B}_{\odot} = \left(\frac{\mu_0 I}{2R_1} \left(\frac{\pi}{2\pi} \right) + \frac{\mu_0 I}{2R_2} \left(\frac{\pi}{2\pi} \right) \right) \hat{\odot}$$

$$\vec{B}_{\odot} = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \hat{\odot}$$

$$\vec{B}_{\odot} = \frac{\mu_0 I}{4} \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \right) \hat{\odot}$$



مثال: میدان مغناطیسی مدار زیر را به دست آورید:



در این حالت میدان مغناطیسی نیم میله ها برابر صفر نیست و باید حساب شوند.

$$\vec{B} = \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R} + \frac{\mu_0 I}{2R} + \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \right) \hat{\odot}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4R} \left(\frac{1}{\pi} + 1 + \frac{1}{\pi} \right) \hat{\odot}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4R} \left(\frac{2 + \pi}{\pi} \right) \hat{\odot}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta}$$

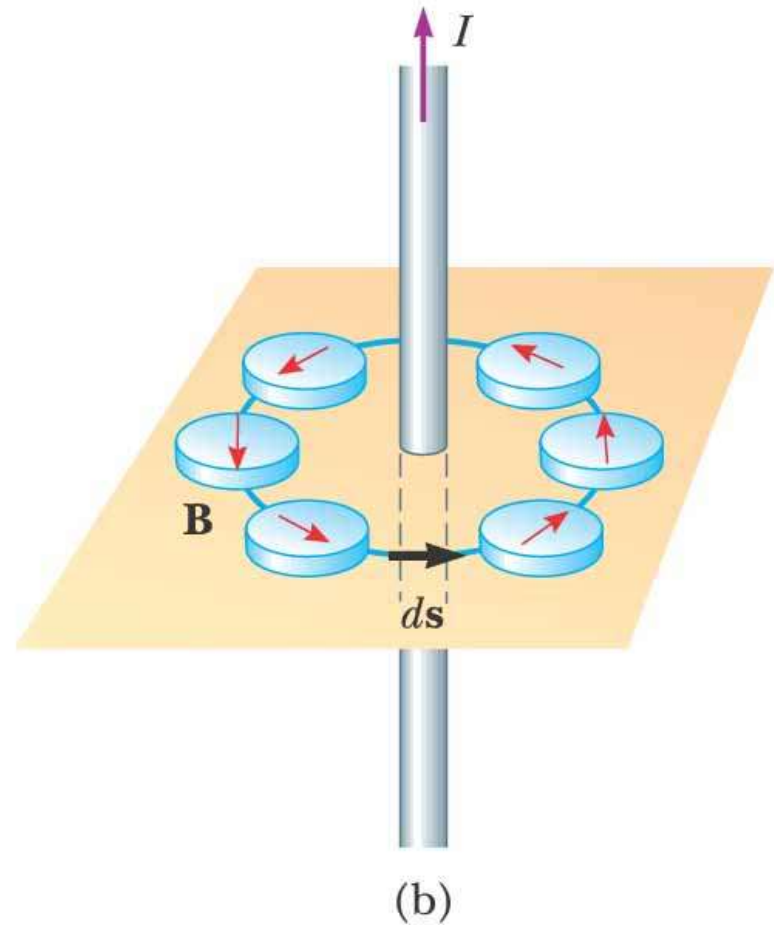
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta} \cdot d\vec{s}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint \hat{\theta} \cdot ds \hat{\theta}$$

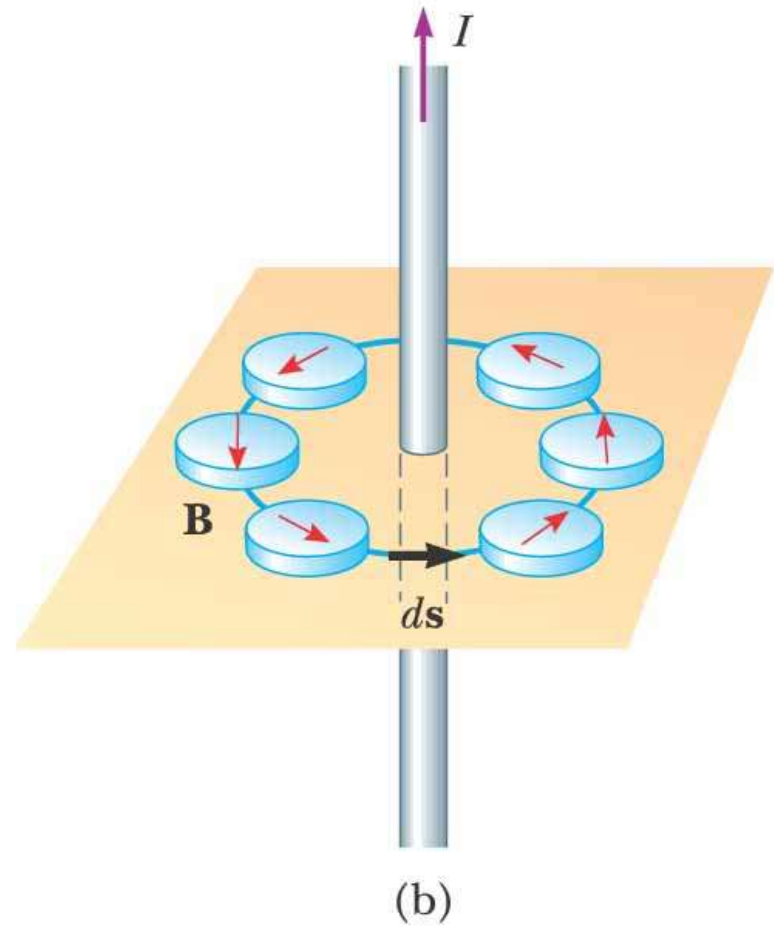
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint ds$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I_{\text{thru}}$$



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$\vec{B} \parallel d\vec{s}$$

$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$$

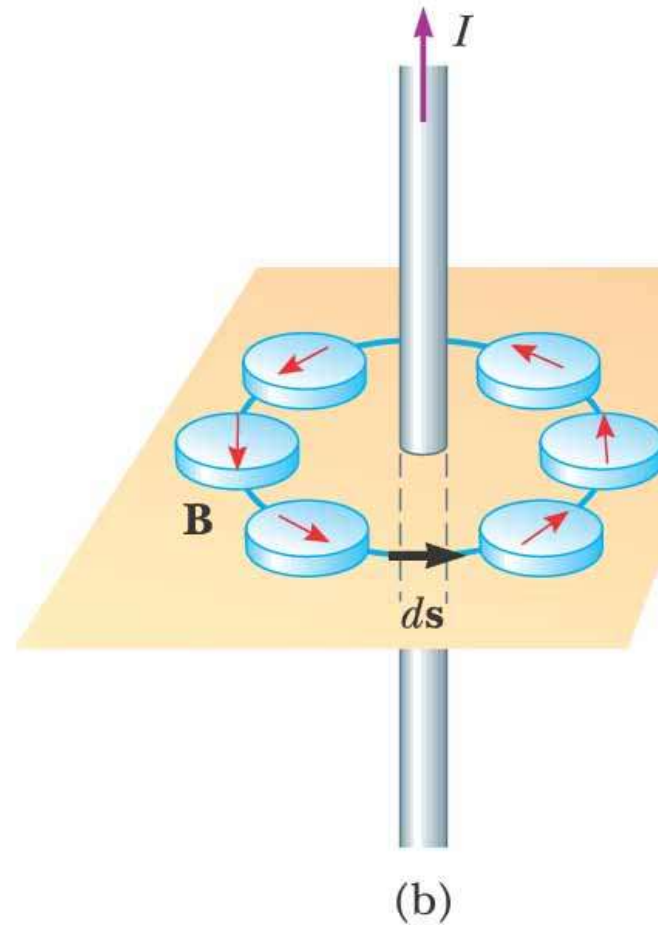
$$\oint B ds = \mu_0 I$$

$$B \oint ds = \mu_0 I$$

$$B 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \mu_0 I / 2\pi r$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta}$$



©2004 Thomson - Brooks/Cole

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

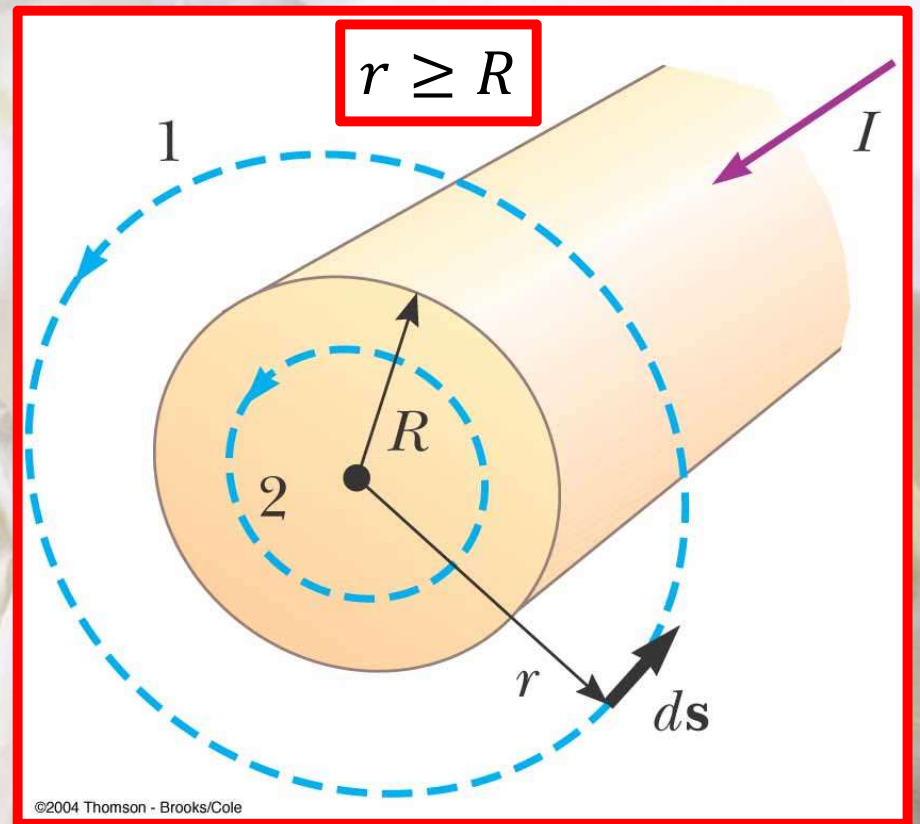
$$\vec{B} \parallel d\vec{s}$$

$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$$

$$\oint B ds = \mu_0 I$$

$$B \oint ds = \mu_0 I$$

$$B 2\pi r = \mu_0 I$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{thru}$$

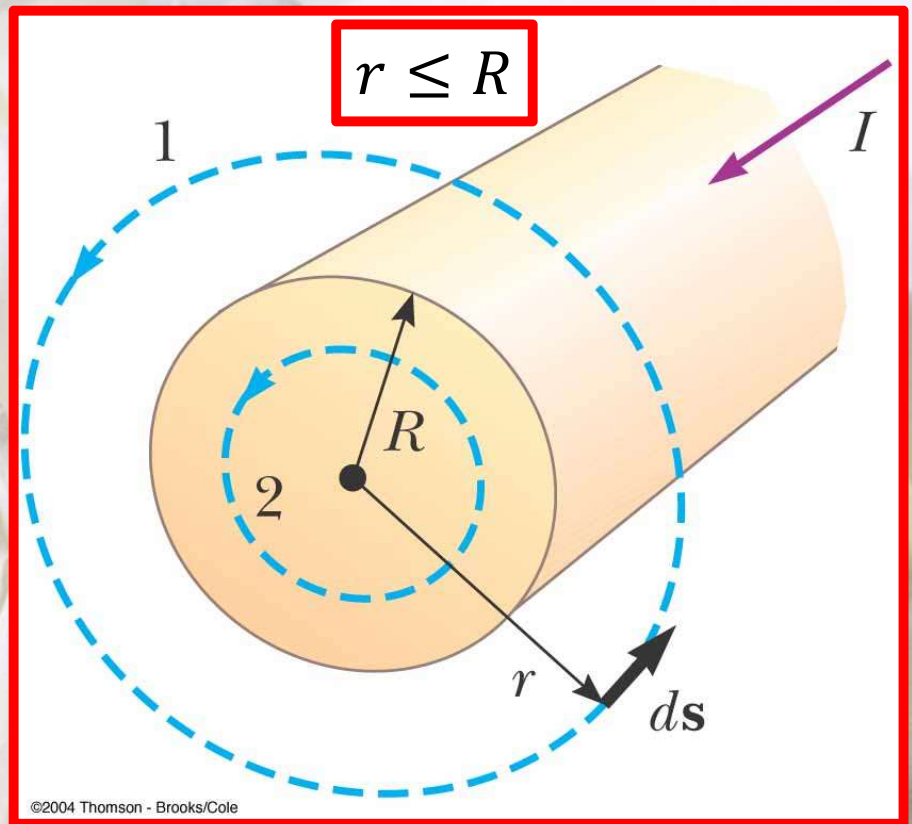
$$\vec{B} || d\vec{s}$$

$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$$

$$\oint B ds = \mu_0 \int \vec{J} \cdot d\vec{a}$$

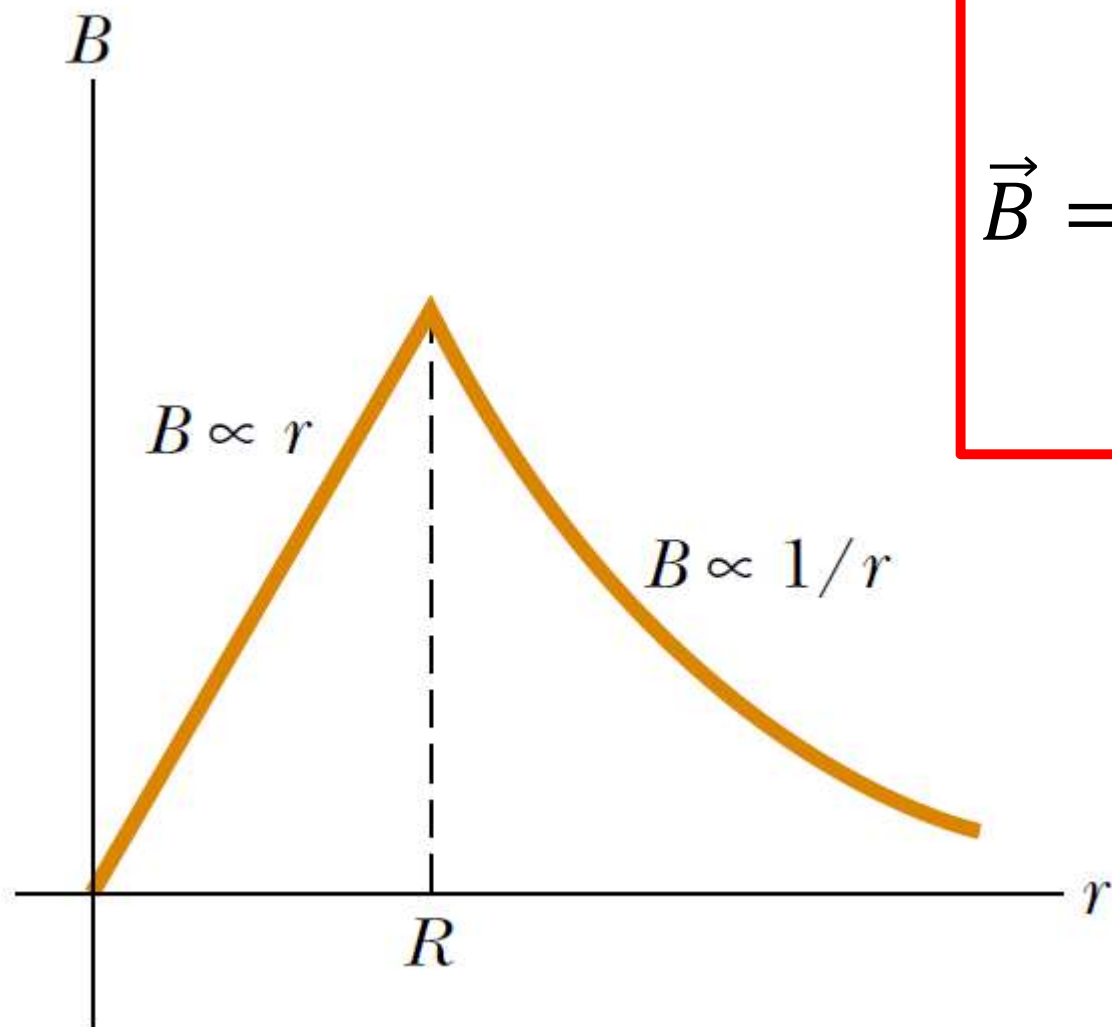
$$B \oint ds = \mu_0 J \int da$$

$$B 2\pi r = \mu_0 \frac{I}{\pi R^2} (\pi r^2)$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \hat{\theta}$$



$$\vec{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \hat{\theta} & r \leq R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\theta} & r \geq R \end{cases}$$

مثال: میدان مغناطیسی مدار زیر را به دست آورید:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{thru}$$

$$\vec{B} \parallel d\vec{s}$$

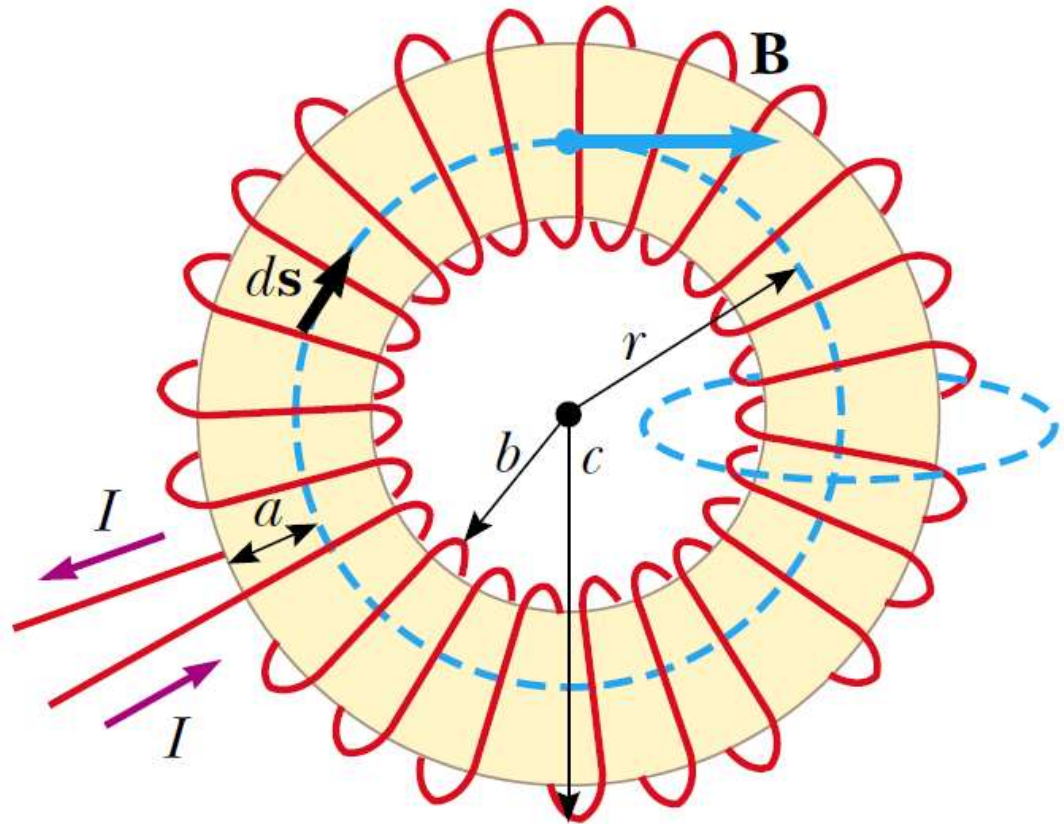
$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$$

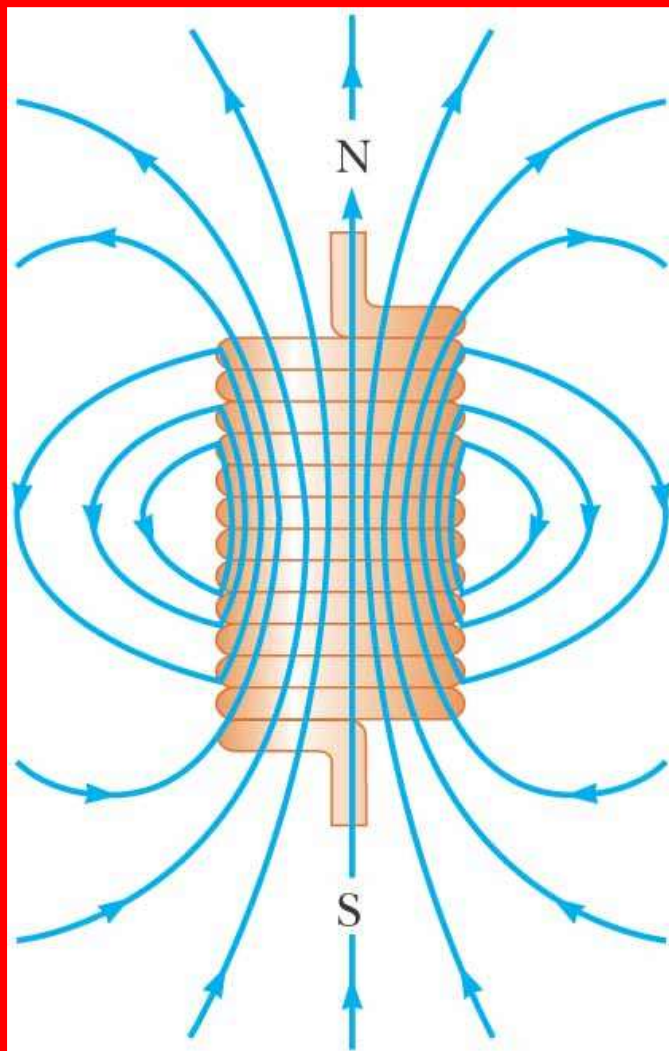
$$\oint B ds = \mu_0 NI$$

$$B 2\pi r = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

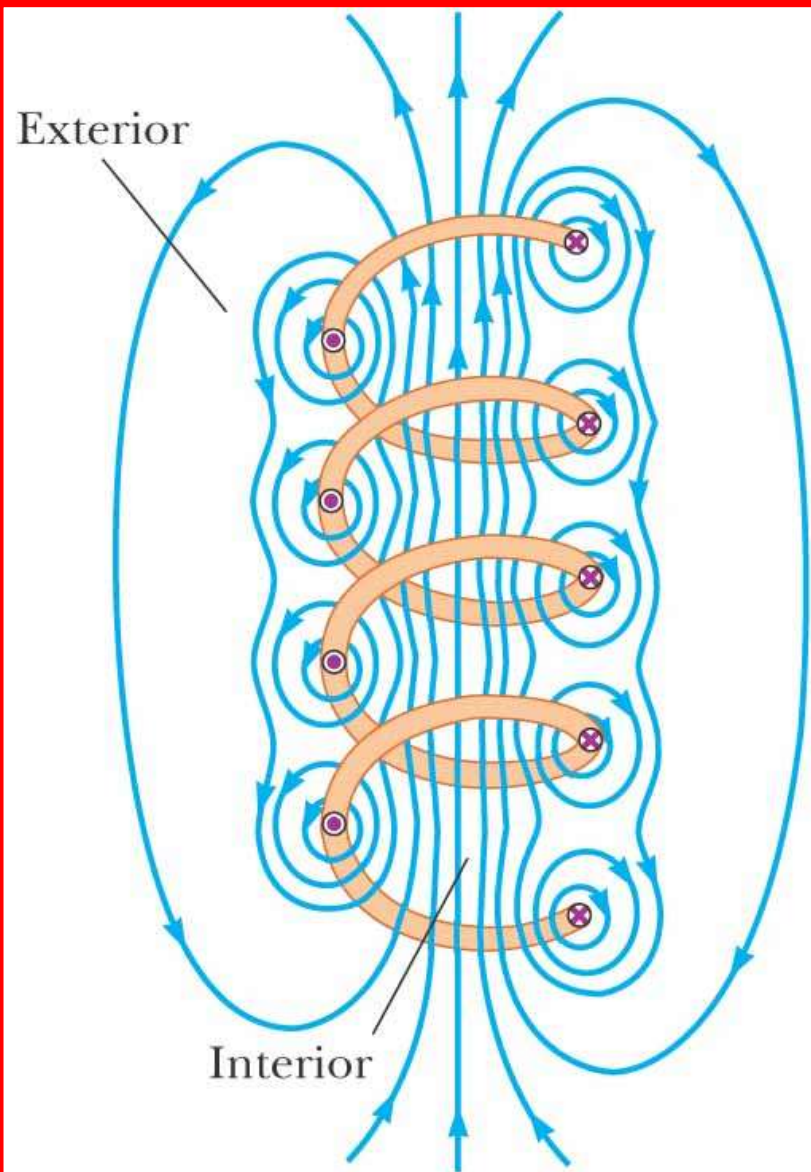
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \hat{\theta}$$





(a)

©2004 Thomson - Brooks/Cole



©2004 Thomson - Brooks/Cole

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \sum_i \int_i \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s}$$

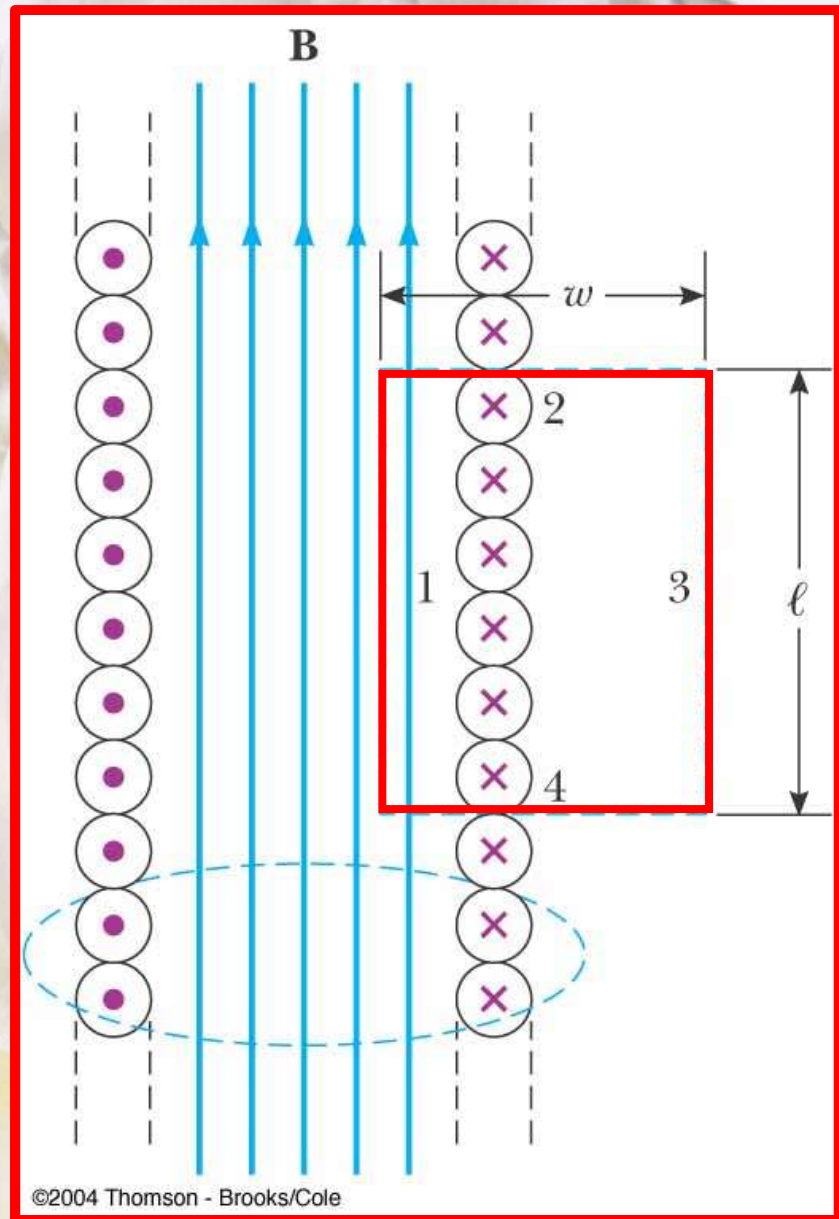
$$\int_{2,4} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int B \cos \frac{\pi}{2} ds = 0$$

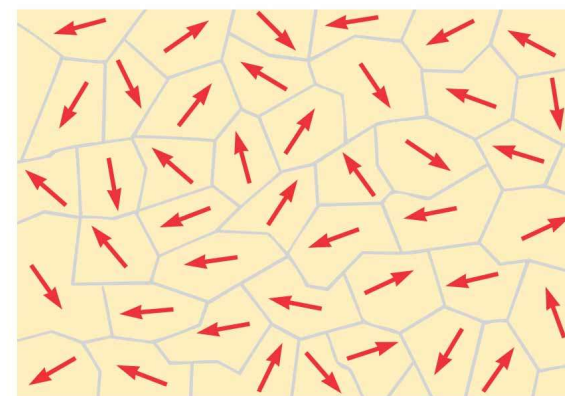
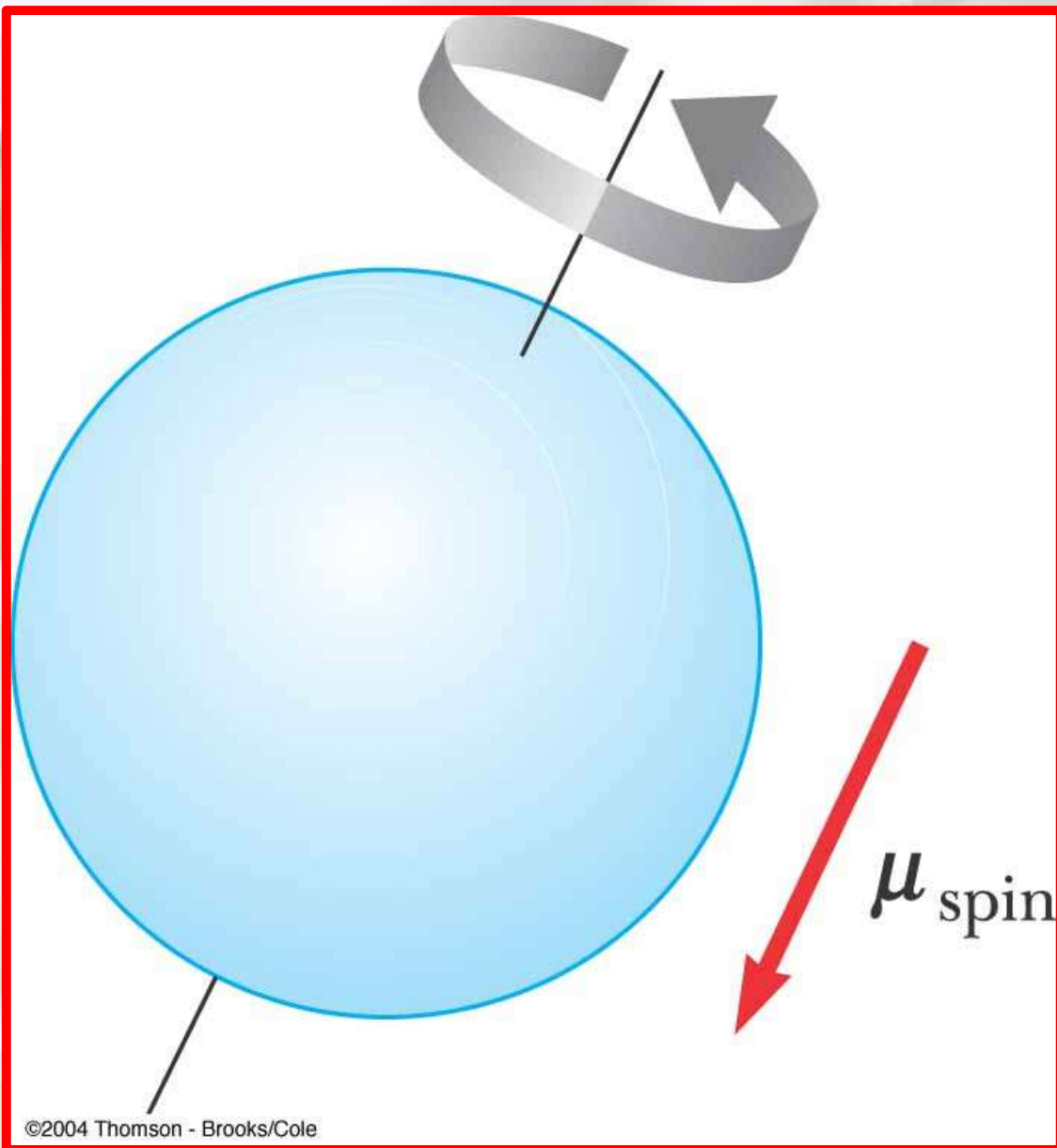
$$\int_3 \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int 0 ds = 0$$

$$\int_1 \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = Bl$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = Bl = \mu_0 NI$$

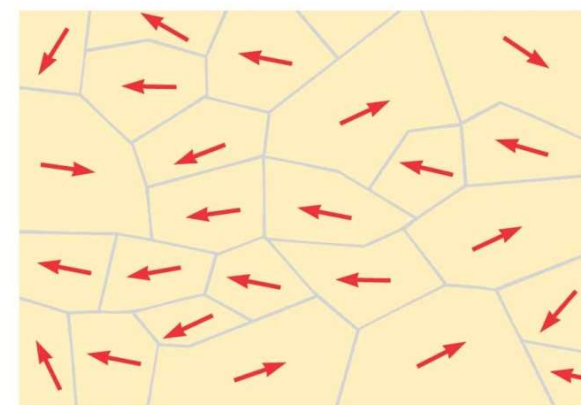
$$B = \mu_0 I \frac{N}{l} = \mu_0 nI$$





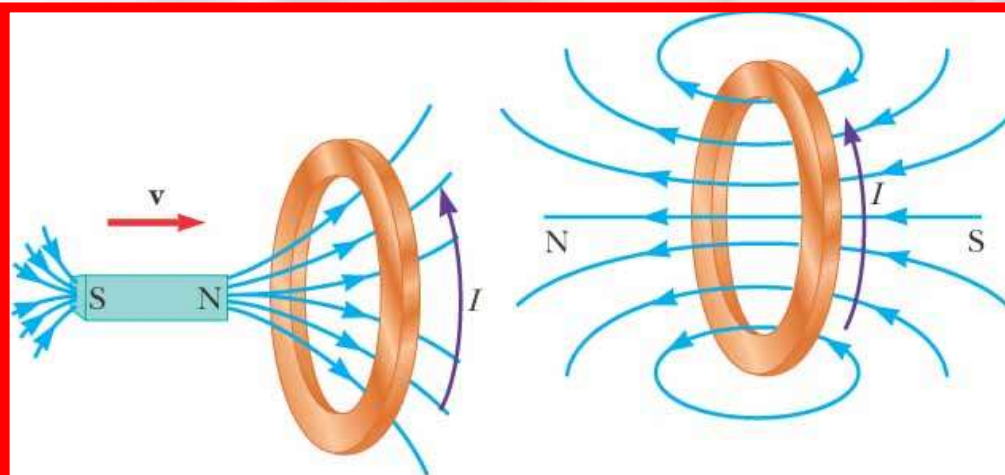
(a)

©2004 Thomson - Brooks/Cole

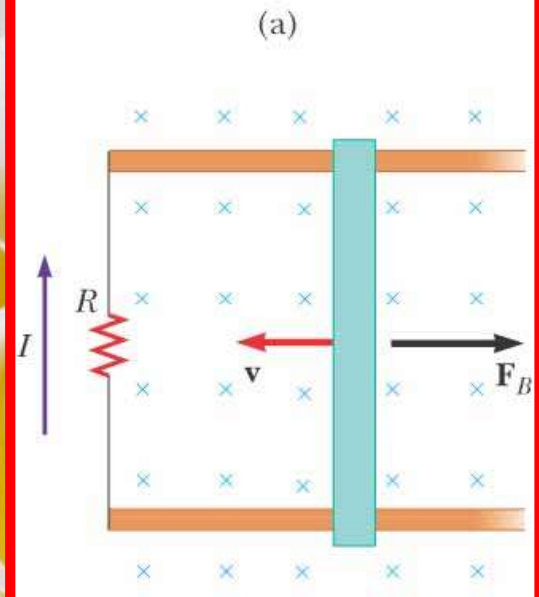
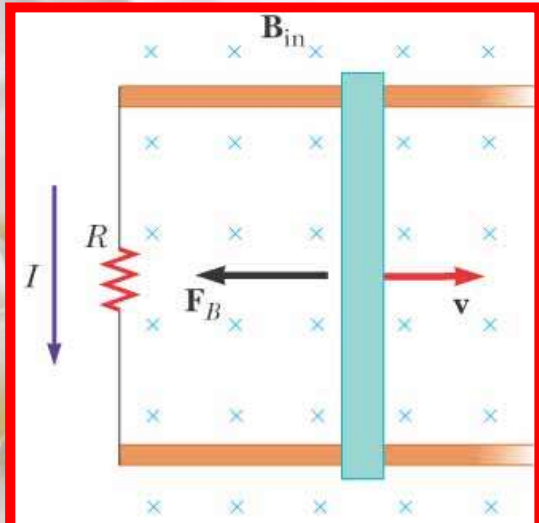
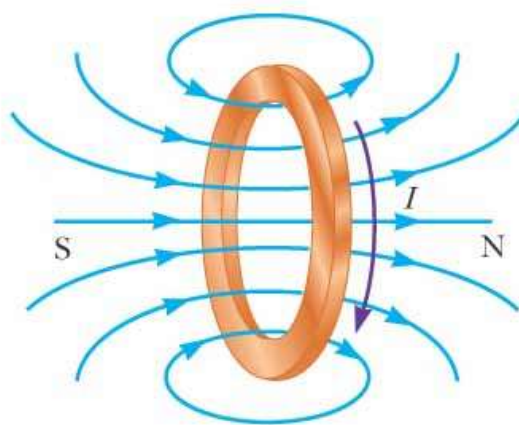
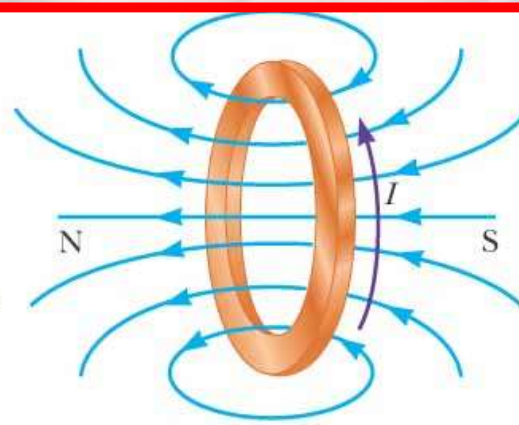


(b)

©2004 Thomson - Brooks/Cole



$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$



(b)

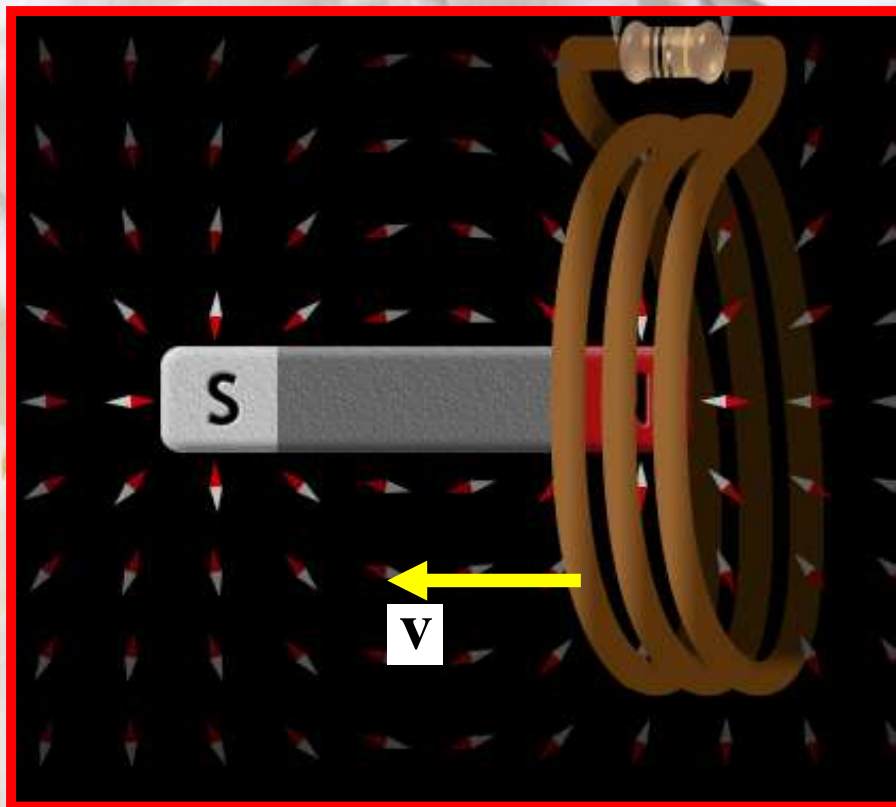
(c)

(d)

$$\Phi_B = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

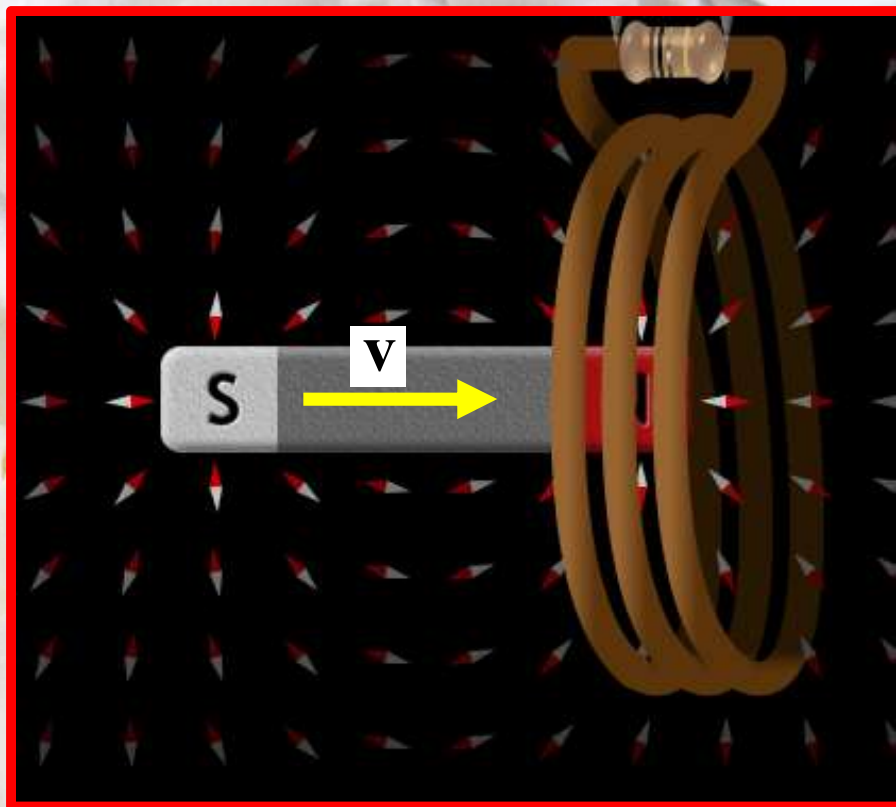
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

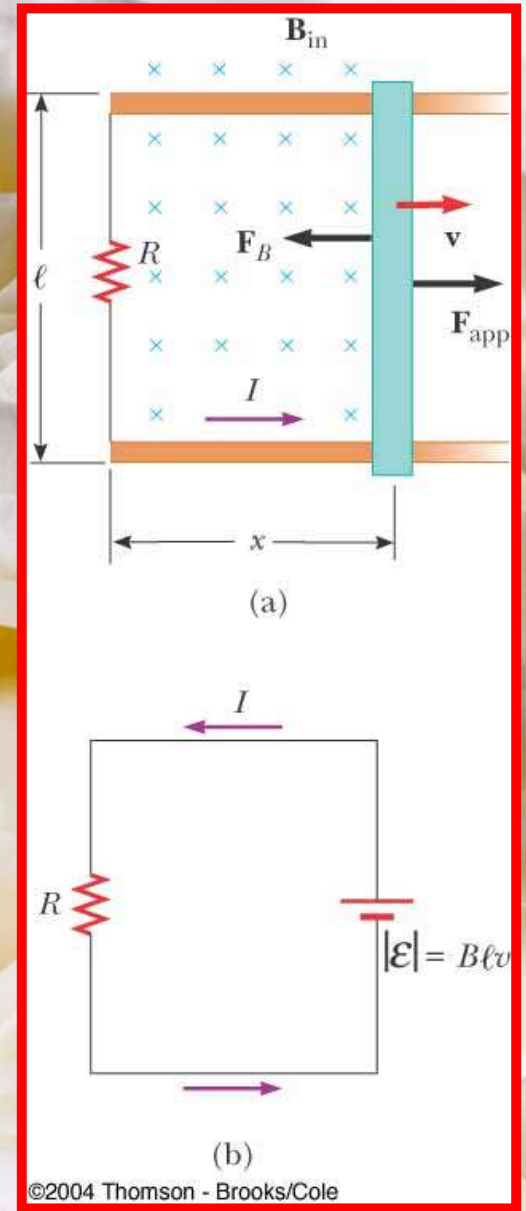


$$|\mathbf{F}| = qvB$$

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = vBl$$

$$\Phi_B = \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = BA = xBl$$

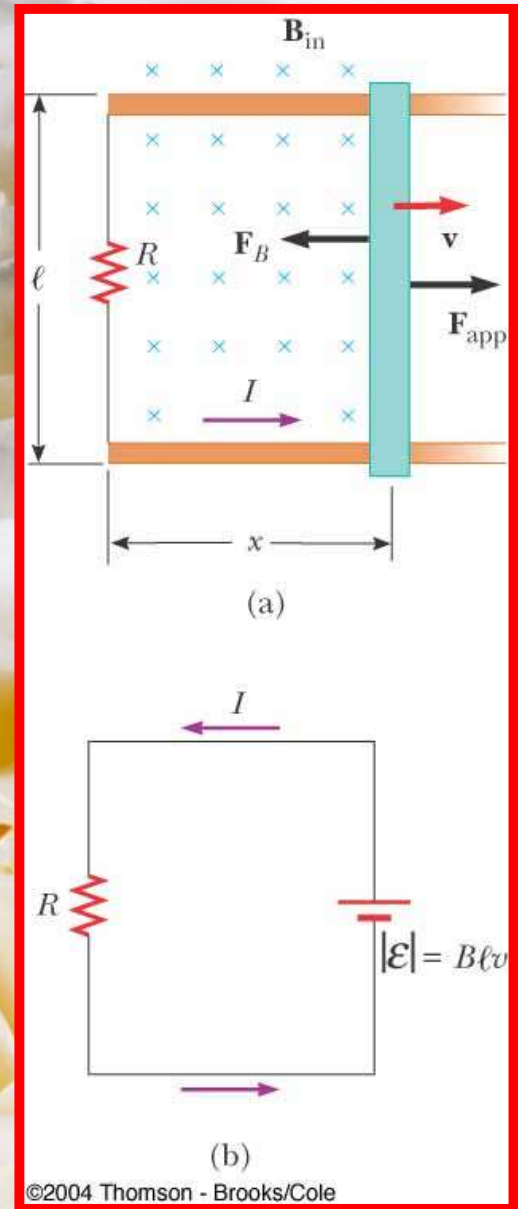
$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{dx}{dt} Bl = vBl = \pm \mathcal{E}$$



$$I = \frac{|\mathcal{E}|}{R} = \frac{vBl}{R}$$

$$F_I = |I \times \mathbf{B}| = IlB$$

$$P = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} = (IlB)v = \frac{lBv}{R} lBv = \frac{\mathcal{E}^2}{R}$$



Induced Electric Field

Note that an EMF implies the existence of an •
electric field

$$\mathcal{E} = \frac{1}{q} \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

This is a non-conservative electric field, unlike the —
electrostatic cases we've considered before

We can thus write Faraday's Law, this way •

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Or this way •

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

The loop contains the area

Generators and Motors

A current loop, rotating •
in a constant magnetic
field generates a varying
EMF

$$\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = AB \cos \omega t$$

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = NAB \omega \sin \omega t$$

N Turns in loop, each contribute

