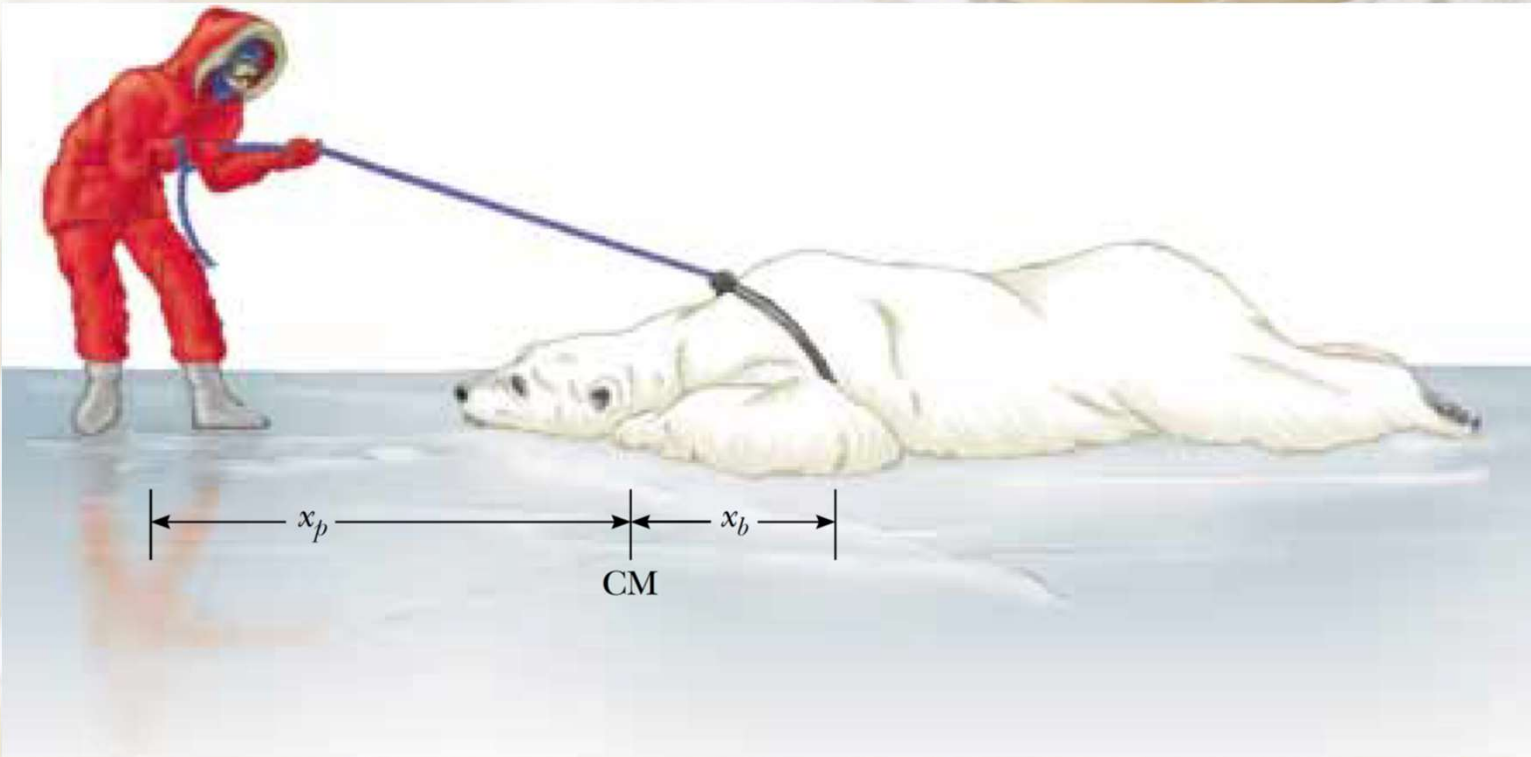


دینامیک - جرم و نیرو

دو جسم در حال برهمکنش با یکدیگر را در نظر بگیرید:



فرض کنید که دو جسم ایزوله باشند - سطوح را بدون اصطکاک در نظر بگیرید و از برهمکنش این دو جسم با اجسام دیگر صرف نظر کنید

در این صورت بنا به تجربه می دانیم که:

$$\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_2} = -k_{12}$$

$$k_{12} > 0$$

$$k_{12} \propto \frac{W_2}{W_1}$$

(1) این دو جسم در خلاف جهت حرکت یکدیگر شتاب می گیرند

(2) نسبت شتاب این دو جسم به یکدیگر مقدار ثابتی است

(3) این نسبت ثابت به اندازه و جهت نیروهای وارده بستگی ندارد

(4) هرچه جسم سنگینتر باشد شتاب آن کمتر است، یعنی:

نکته اخیر به ما در تعریف اجرام اجسام بر حسب شتابهای آنها کمک می کند:

فرض کنید جسم 1 جسمی باشد که قرار است اجرام دیگر نسبت به آن سنجیده شوند



یعنی همان طور که به طور تجربی استاندارد جرم را معرفی می کنیم

در اینجا نیز به طور نظری جرم جسم یک را برابر واحد در نظر می گیریم:

$$m_1 = 1$$

و اجرم اجسام دیگر را بر حسب آن می سنجیم

$$\frac{m_i}{m_1} = m_i = k_{1i} = - \frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_i}$$

$$1) k_{12} > 0$$

شرایط ضریب k :

مثبت بودن ضریب k و وجود علامت منفی تضمین می کند که شتابهای دو جسم در خلاف جهت یکدیگر باشند که با تجربه سازگار است

$$2) k_{12}k_{23}k_{31} = 1$$

شرط فوق تضمین می کند که نسبت دو جرم مستقل از انتخاب واحد جرم باشد (که با تجربه سازگار است):

اثبات:

$$\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_3} = -k_{23}$$

$$k_{12}k_{23}k_{31} = 1$$

$$\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_3} = -\frac{1}{k_{12}k_{31}}$$

$$\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_3} = -\frac{k_{13}}{k_{12}}$$



$$k_{23} = \frac{1}{k_{12}k_{31}}$$

بنابراین:

$$k_{31} = \frac{1}{k_{13}}$$

از طرفی:

پس:



$$\frac{\ddot{x}_2}{\ddot{x}_3} = -\frac{m_3}{m_2}$$

که مستقل از m_1 است

$$\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_2} = -\frac{m_2}{m_1}$$

چون دیگر ضرورتی وجود ندارد که جسم 1 واحد باشد، پس برای هر دو جسم در حال برهمکنش متقابل می توان نوشت:

$$m_1 \ddot{x}_1 = -m_2 \ddot{x}_2$$

پس جرم ضرب در شتاب کمیت مهمی است، چون

این کمیت همواره بین دو جسم در حال برهمکنش متقابل وجود دارد
اندازه این کمیت که بر جسم 1 وارد می شود برابر است با اندازه آن
که بر جسم 2 وارد می شود

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} + F_z \hat{k}$$

این کمیت مهم را نیرو می نامیم

$$F_x = m\ddot{x}$$

$$F_y = m\ddot{y}$$

$$F_z = m\ddot{z}$$

نیرو انواع مختلفی دارد و مساله اساسی مکانیک عبارت است از تعیین حرکات هر دستگاه مکانیکی با در نظر گرفتن نیروها وارده بر اجزا آن.

قوانین حرکت نیوتن

(1) هر جسم حالت سکون یا حرکت یکنواخت خود را بر روی یک خط راست حفظ می کند مگر آن که تحت تاثیر نیروهای خارجی وارد بر آن مجبور به تغییر حالت خود گردد

(2) میزان تغییر اندازه حرکت یک جسم بر حسب زمان با نیروی وارد بر آن متناسب و با آن همجهت است

$$\vec{p} = p_x \hat{i} + p_y \hat{j} + p_z \hat{k}$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$$

$$p_x = mv_x$$

$$p_y = mv_y$$

$$p_z = mv_z$$

(3) هر عملی همواره با عکس العملی مساوی و در جهت مخالف روبه رو است

برخی ها قوانین اول و دوم نیوتن را نه تنها قوانین مستقلی نمی دانند بلکه آنها را اساسا قانون نمی رانند، زیرا:

$$\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_2} = -k_{12} = -\frac{m_2}{m_1} \quad + \quad \vec{p} = m\vec{v} \quad + \quad \text{دو قانون اول}$$

که البته در نسبیت

اگر

$$m = f(v) \neq cte.$$

$\equiv$

$$m = cte.$$

پس ظاهرا دو قانون اول
قانون محسوب نمی شوند

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{X}}$$

اما این رابطه چیزی جز
تعریف نیرو نیست

بنابراین ظاهرا قوانین فیزیکی عبارتند از قوانین ثقل، الکترومغناطیس و
غیره که در هر حالت نیروها را تعیین می کنند

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{X}}$$

این دسته از افراد معتقدند که کشف
نیوتن این نبود که:

موافقان این نوع نگرش کشف نیوتن را عبارت زیر می دانند:

قوانین فیزیکی را می توان به ساده ترین نحو بر حسب مفهوم نیرو، که به صورت $F=ma$ تعریف می شود، بیان کرد.

$$\frac{\ddot{x}_1}{\ddot{x}_2} = -k_{12}$$

البته ایشان قانون سوم را هنوز یک قانون معتبر می دانند، زیرا معتقدند که قانون سوم رابطه تجربی زیر را بر حسب مفهوم نیرو بیان می کند:

اما گروهی دیگر با نظریه فوق که $F=ma$ را فقط تعریف نیرو می دانند نه یک قانون فیزیکی مخالفند، زیرا رابطه

فقط نیروی کل وارد بر جسم را تعریف می کند نه تک تک نیروهای وارد بر اجزا تشکیل دهنده جسم

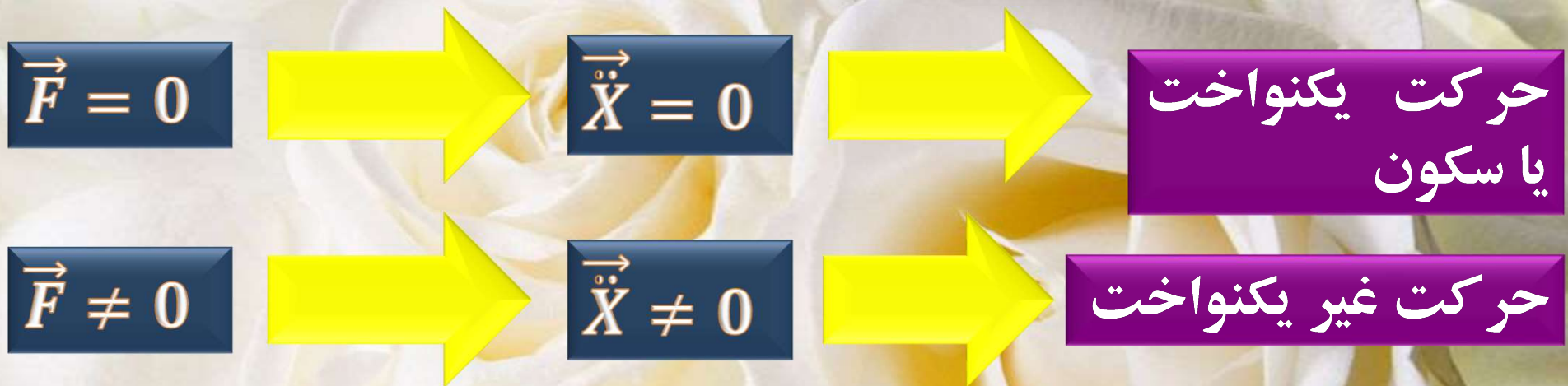
$$\vec{F} = m\ddot{\vec{X}}$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{f}_i = m\ddot{\vec{X}}$$

این در حالی است که ما می دانیم بر یک جسم نیروهای زیادی وارد می شود و نیروی کل فقط جمع برداری آنهاست:

بنابراین اگر $F=ma$ فقط تعریف نیرو باشد، نه قانون، علم استاتیک که با نیروهای وارد بر سازه های ساکن سروکار دارد نامفهوم خواهد شد زیرا در سازه های ساکن شتابها همه برابر صفرند

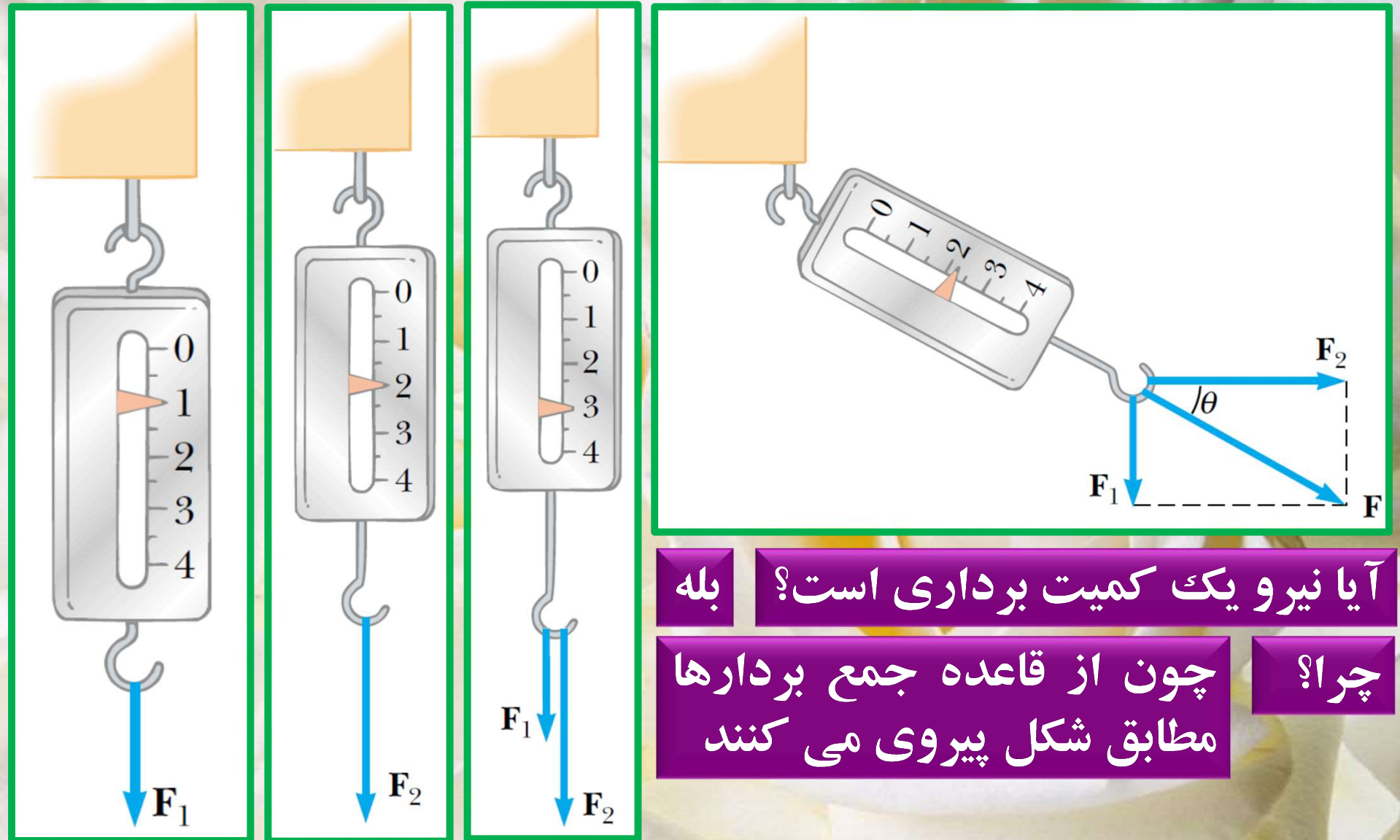
البته گروه دوم در توافق با گروه اول هنوز هم قانون اول را قانون نمی دانند، زیرا از قانون دوم به صورت زیر قابل استنتاج است:



در اینجا ما نیرو را همان چیزی که توسط ترازوی فنری قابل اندازه گیری است می دانیم و سعی در تعریف نیرو نداریم و لذا قانون دوم را قانون می دانیم

نیروها را چگونه اندازه گیری کنیم؟ به وسیله فنر چرا؟

چون فنرها می توانند به طور خطی با نیرو طبق قانون هوک افزایش یابند



آیا نیرو یک کمیت برداری است؟ بله

چون از قاعده جمع بردارها
چرا؟ مطابق شکل پیروی می کند

از طرفی قانون سوم هم از قانون دوم قابل استخراج است:



$$\vec{F}_{net} = \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt}$$

پس از یک منظر
قانون سوم هم یک
قانون مستقل به نظر
نمی‌رسد

$$0 = \frac{d\vec{p}_{tot}}{dt} = \frac{d(\vec{p}_A + \vec{p}_B)}{dt}$$

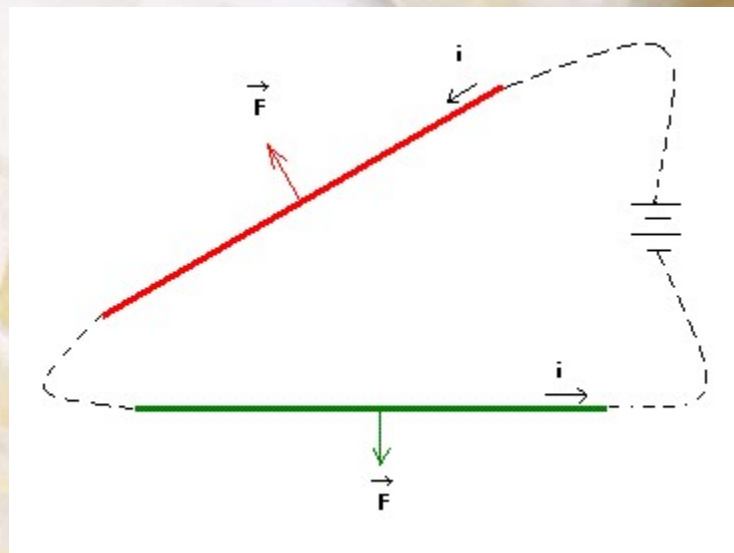
$$0 = \frac{d\vec{p}_A}{dt} + \frac{d\vec{p}_B}{dt} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$$

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_B$$

که همان قانون
سوم است

قانون سوم هم همواره صادق نیست، مثلاً در مورد اجسامی که به تندی شتاب دار شوند

تمرین 1: آیا مثال زیر قانون سوم نیوتن را نقض می کند؟



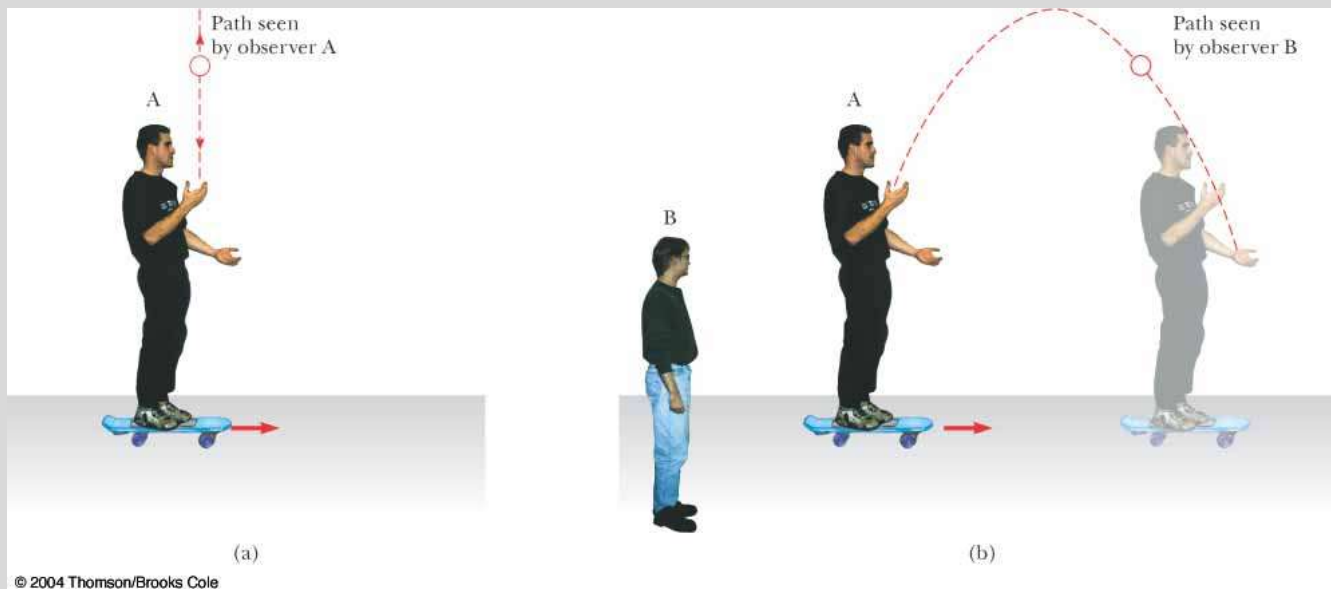


در بطن قانون دوم اصل
نسبت گالیله ای یا نیوتنی
وجود دارد:

این اصل به وجود
چارچوبهایی که در آن
قانون دوم صادق است
اشاره می کند (بدون تعیین
آنها)



اصل نسبت کلاسیک: چارچوبهایی به نام چارچوبهای لخت وجود دارند
که در آنها قانون دو نیوتن صادق است



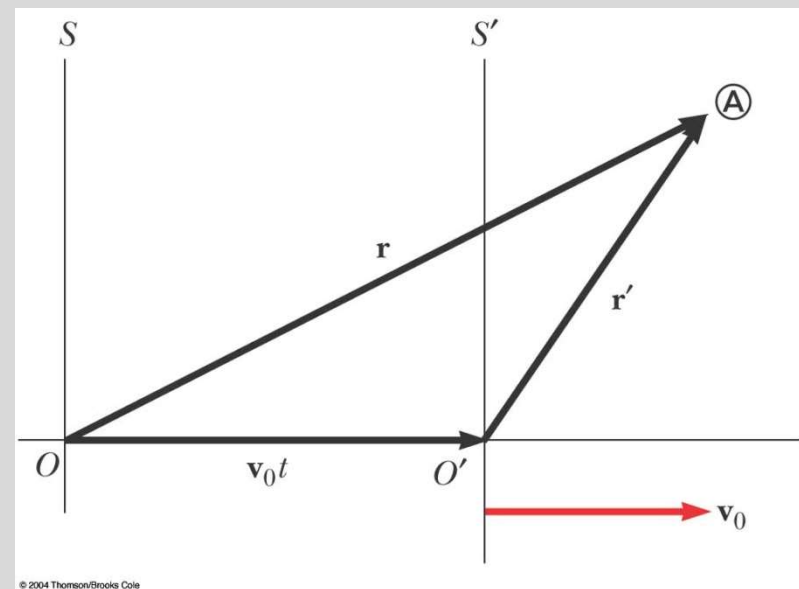
$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t$$

$$\mathbf{v}' = \frac{d\mathbf{r}'}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_0$$

$$= \mathbf{v} - \mathbf{v}_0$$

$$\mathbf{a}' = \frac{d\mathbf{v}'}{dt} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_0}{dt} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} - 0$$

$$= \mathbf{a}$$



ثقل

نیوتن برای اولین بار قانون جاذبه عمومی را به صورت زیر ارائه کرد:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$G = 6.670 \pm 0.005 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2} \text{ gm}^{-1}$$

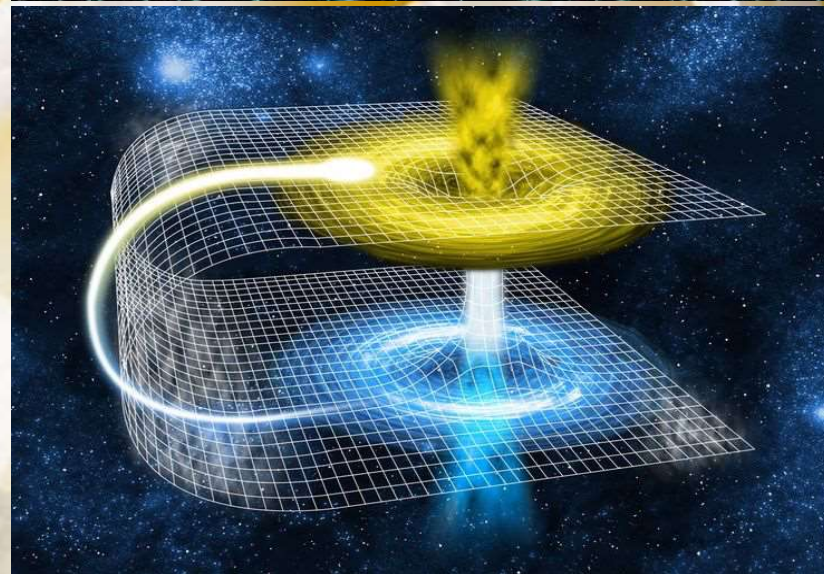
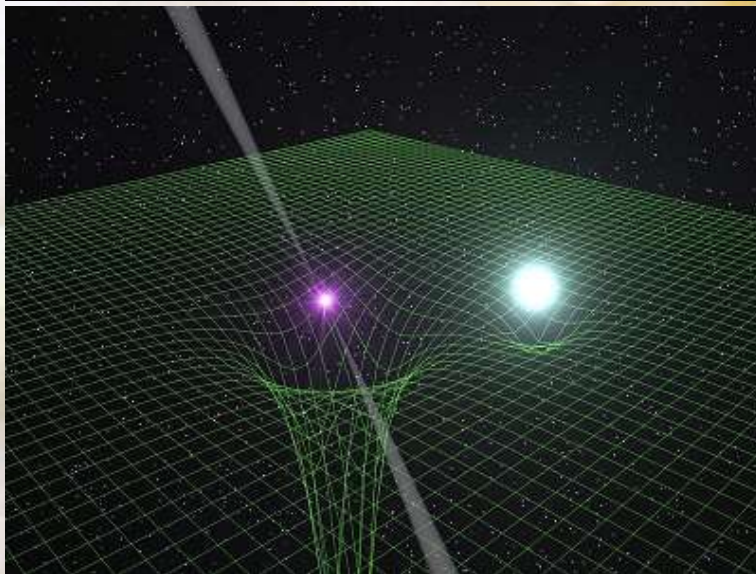
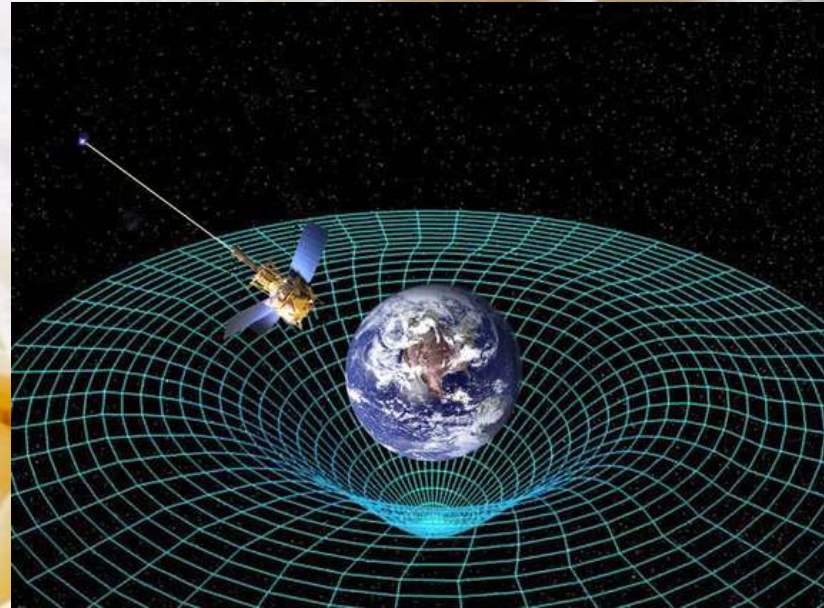
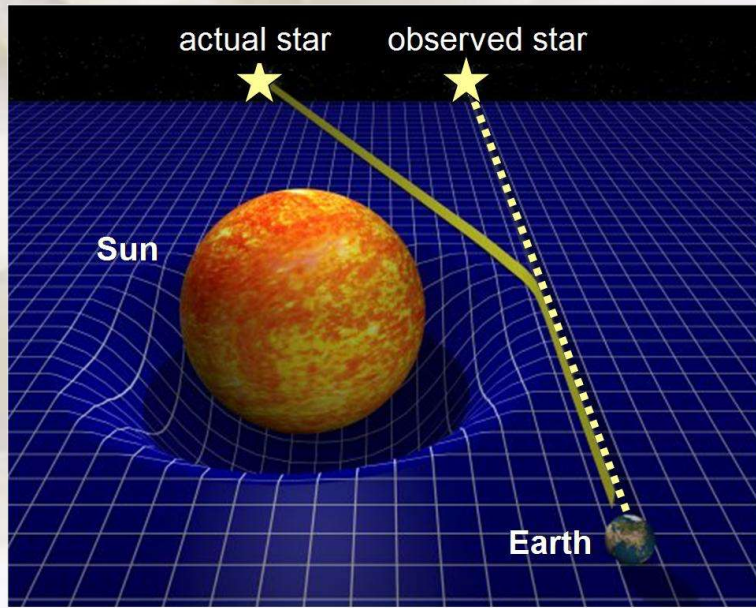
$$F = G \frac{m M_e}{R_e^2} = mg$$

$$g = G \frac{M_e}{R_e^2} = 9.802 \text{ m/s}^2$$

نیوتن با استفاده از این قانون به خوبی (سازگار با تجربه) حرکت زمین به دور خورشید را پیش بینی کرد

حرکت تحت نیروی مرکزی را در فصل 3 بررسی خواهیم کرد

اما این نظریه نیوتن هم بعداً توسط آلبرت انشتین در نسبیت عام مورد انتقاد قرار گرفت:



آحاد و ابعاد

$$F \propto m^n v^m r^q$$

$$[F] = [m^n] [v^m] [r^q]$$

$$MLT^{-2} = M^n \left(\frac{L}{T} \right)^m L^q$$

$$MLT^{-2} = M^n L^{m+q} T^{-m}$$

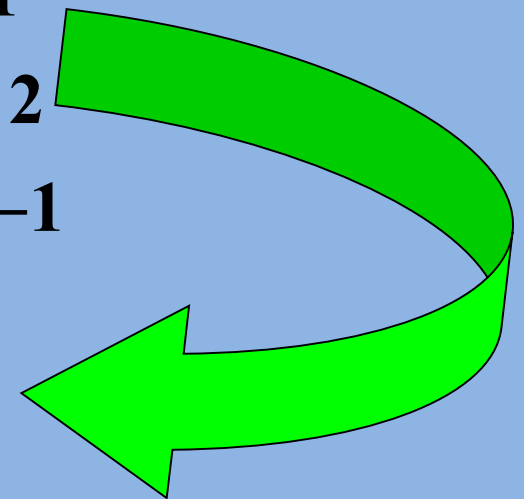
از آنالیز ابعادی می
توان به درستی
روابط پی برد

$$\begin{cases} n = 1 \\ 1 = m + q \\ -2 = -m \end{cases}$$



$$\begin{cases} n = 1 \\ m = 2 \\ q = -1 \end{cases}$$

$$F \propto \frac{mv^2}{r}$$



آزمون 1

آزمون ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد ناپیوسته داخل – سال ۱۴۰۰

۳۱- در رابطه $M = C \frac{B}{\theta}$ اگر M مغناطش (ممان مغناطیسی در واحد حجم)، B مقدار میدان مغناطیسی خارجی و θ دمای ماده پارامغناطیسی باشد، واحد ضریب C در سیستم واحدهای SI کدام است؟

$$\frac{\text{A} \cdot \text{K}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \quad (1)$$

$$\frac{\text{A} \cdot \text{K}}{\text{T} \cdot \text{m}} \quad (2)$$

$$\frac{\text{m} \cdot \text{K}}{\text{T} \cdot \text{A}} \quad (3)$$

$$\frac{\text{m}^2 \cdot \text{A}}{\text{s} \cdot \text{K}} \quad (4)$$