

مثال

یک الکترون در مکان تعادلی $x=0$ را تحت تاثیر یک میدان الکتریکی نوسانی در نظر بگیرید

$$E_x = E_0 \cos \omega t$$

$$F = -eE_0 \cos \omega t$$

$$x = Ae^{-\gamma t} \cos(\theta + \omega_1 t) - \frac{eE_0}{m} \frac{\sin(\omega t + \beta)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$$

جمله گذرا میراست و پس از مدتی از بین می رود و بنابراین جمله پاینده از نظر فیزیکی مهم است که با همان فرکانس میدان الکتریکی نوسان می کند

$$x = -\frac{eE_0}{m} \frac{\sin(\omega t + \beta)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$$

$$x = -\frac{eE_0}{m} \frac{\sin\beta \cos\omega t}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}} - \frac{eE_0}{m} \frac{\cos\beta \sin\omega t}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$$

$$\sin\beta = \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$$

$$\cos\beta = \frac{2\gamma\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$$

$$x = -\frac{eE_0 \cos\omega t}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2} - \frac{eE_0 \sin\omega t}{m} \frac{2\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$

1) جمله اول معرف نوسانی است که در فرکانسهای کم ($\omega < \omega_0$) با نیروی وارد شده همفاز است اما در فرکانسهای بالا ($\omega > \omega_0$) با آن 180 درجه اختلاف فاز دارد

2) جمله دوم معرف نوسانی است که با نیروی وارد شده به اندازه 90 درجه اختلاف فاز دارد

سرعت متناظر با جمله دوم معرف نوسانی است که با نیروی وارد شده همفاز است:

$$x(\text{term2}) = -\frac{eE_0 \sin \omega t}{m} \frac{2\gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$

$$\dot{x}(\text{term2}) = -\frac{eE_0 \omega \cos \omega t}{m} \frac{2\gamma \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$



بنابراین جمله دوم معرف جذب انرژی از نیروی اعمال شده است

$$x(\text{term2}) \approx 0$$

$$x(\text{term2}) = -\frac{eE_0 \sin \omega_0 t}{m} \frac{1}{2\gamma \omega_0}$$

که در این صورت

$$\gamma \ll \omega_0$$

اگر

$$\omega \neq \omega_0$$

&

$$\omega = \omega_0$$

مگر

3) در یک محیط دی الکتریک متشکل از الکترونهایی که به طور الاستیک به نقاط تعادل خود (هسته اتمهایشان) وابسته باشند جمله اول معرف یک پلاریزگی الکتریکی است که با میدان الکتریکی نوسان کننده متناسب است

$$x(\text{term1}) = -\frac{eE_0 \cos \omega t}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$

$$P_x = -ex = \frac{e^2 E_0 \cos \omega t}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2} \propto E_x$$

در حالی که (همان طور که گفته شد) جمله دوم معرف جذب انرژی از میدان الکتریکی است

4) در نزدیکیهای فرکانس تشدید (که جمله اول تقریباً صفر می شود) محیط دی الکتریک انرژی جذب خواهد کرد و نسبت به تشعشع الکترومغناطیسی کدر خواهد بود (زیرا فقط اثر جمله دوم در نزدیکیهای فرکانس تشدید مهم است)

$$\omega \gg \omega_0$$

$$x(\text{term1}) = -\frac{eE_0 \cos \omega t}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2} \approx \frac{eE_0 \cos \omega t}{m\omega^2}$$

که با بخش نوسانی موجود در مکان یونسفر برابر است

لذا در فرکانسهای خیلی زیاد الکترونهاى مقید دی الکتریک شبیه الکترونهاى آزاد غیرمقید یک محیط پلاسمایی رفتار می کنند

(6) مطالعه رفتار ثابت دی الکتریک و ارتباط آن با میزان متوسط جذب انرژی دی الکتریک در فرکانسهای خیلی زیاد و خیلی کم

$$P_x = -ex = \frac{e^2 E_0 \cos \omega t}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$

$$P_x = \frac{Ne^2}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2} E_x$$

$$E_x = E_0 \cos \omega t$$

$$D_x = E_x + 4\pi P_x$$

$$D_x = E_x + \frac{4\pi N e^2}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2} E_x$$

$$D_x = \left(1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2} \right) E_x$$

$$D_x = \epsilon E_x$$

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$

$$n = \frac{c}{v} = \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\epsilon}$$

$$\epsilon = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2} < 1$$

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m\omega_0^2} > 1$$

که با پیش بینهای قبلی مبنی بر پلاسمایی (الکترون آزاد) رفتار کردن در فرکانسهای بالا و شبیه دی الکتریهای معمولی با الکترونهای مقید رفتار کردن در فرکانسهای پایین سازگار است

$$\omega \gg \omega_0$$

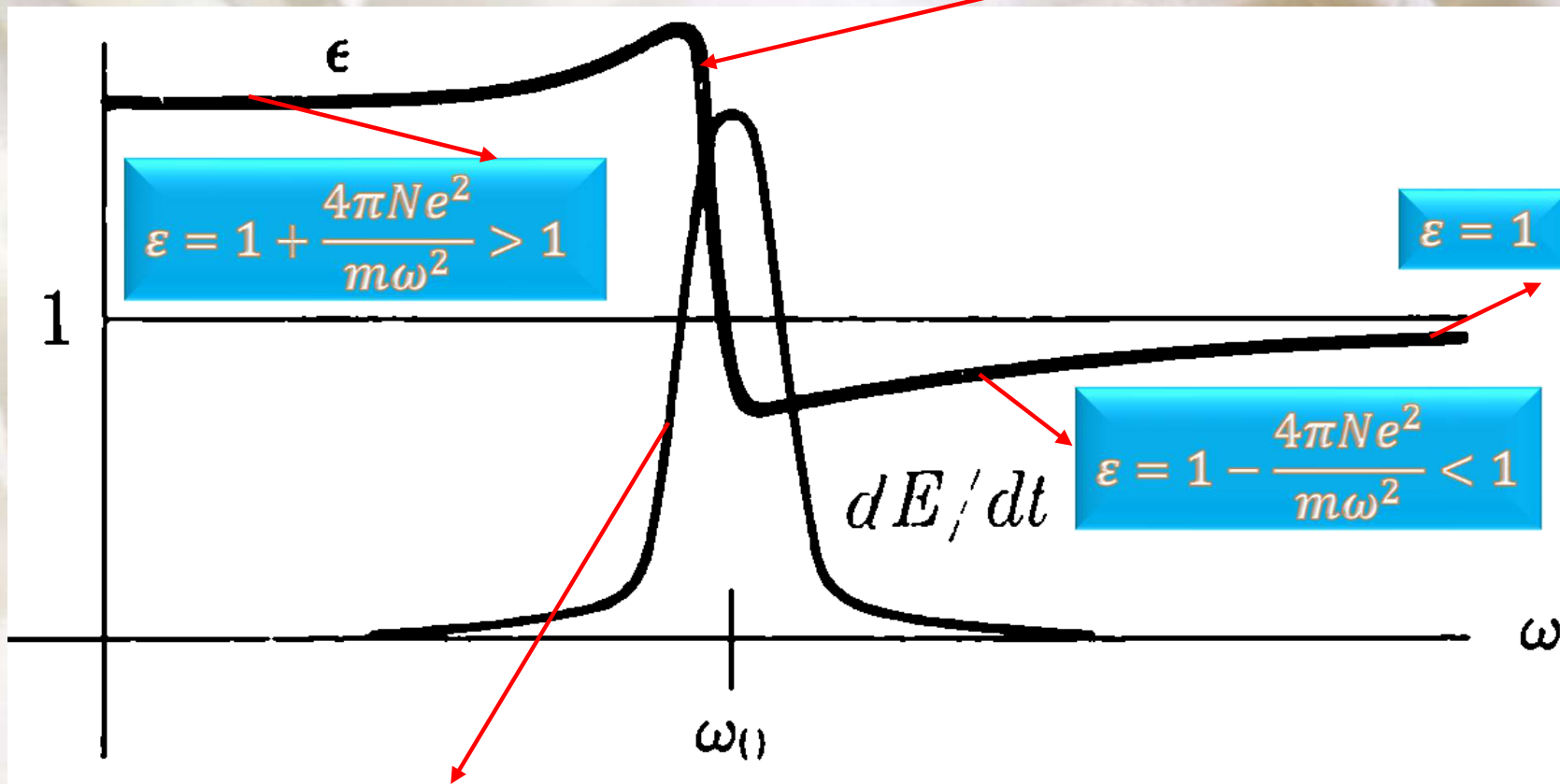
اگر

$$\omega \ll \omega_0$$

اگر

ثابت دی الکتریک در هر حالتی در فرکانسهای خیلی بالا به سمت عدد یک (یعنی ثابت دی الکتریک خلا) میل می کند. یعنی امواج با فرکانس بالا از هر ماده ای به راحتی (مانند خلا) عبور می کنند. یعنی مواد در مقابل امواج پر انرژی شفاف می شوند.

$$\epsilon = 1 + \frac{4\pi N e^2}{m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$



$$\frac{dE}{dt} = P_{av} = \frac{N e^2 E_0^2}{m} \frac{\gamma \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}$$

میزان متوسط جذب انرژی بر
حسب واحد حجم همان توان
داده شده یا تلف شده است
که قبلاً محاسبه کرده بودیم

7) ضریب دی الکتریک در فرکانسهای کم مقداری ثابت و از یک بزرگتر دارد

8) ضریب دی الکتریک با نزدیک شدن به فرکانس تشدید افزایش می یابد

9) ضریب دی الکتریک در فرکانس تشدید (در ناحیه پاشیدگی غیرعادی) که تشعشع الکترومغناطیس به شدت جذب می شود به کمتر از یک کاهش و سپس افزایش می یابد

10) ضریب دی الکتریک در فرکانسهای بالا به یک میل می کند

11) ضریب شکست هم رفتاری مشابه تابع دی الکتریک خواهد داشت

12) رفتارهای فوق تقریبا در هر ماده ای روی می دهند، مثلا

شیشه در فرکانسهای کم، ضریب دی الکتریک ثابتی دارد

شیشه در ناحیه نور مرئی، ضریب شکست آن با افزایش فرکانس افزایش می یابد

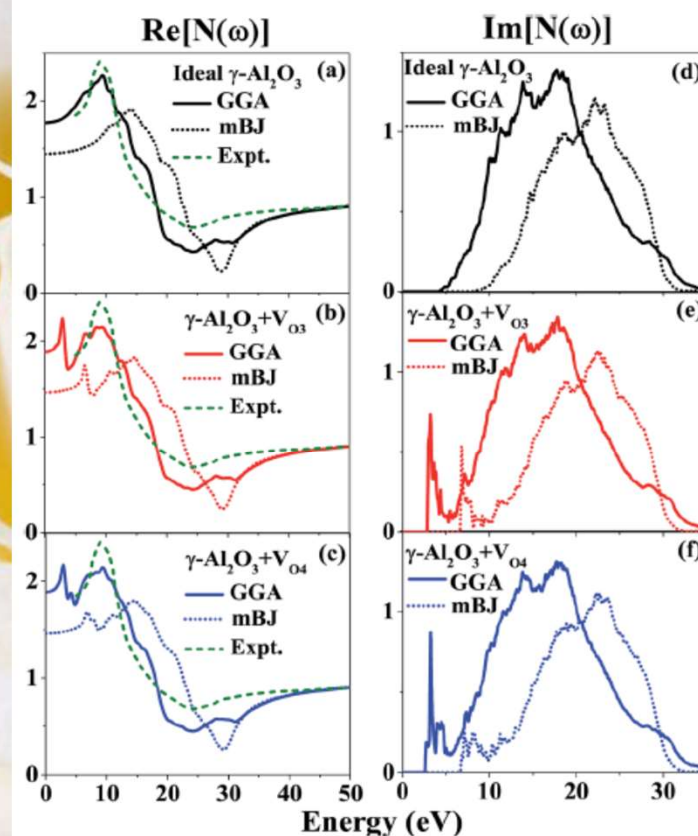
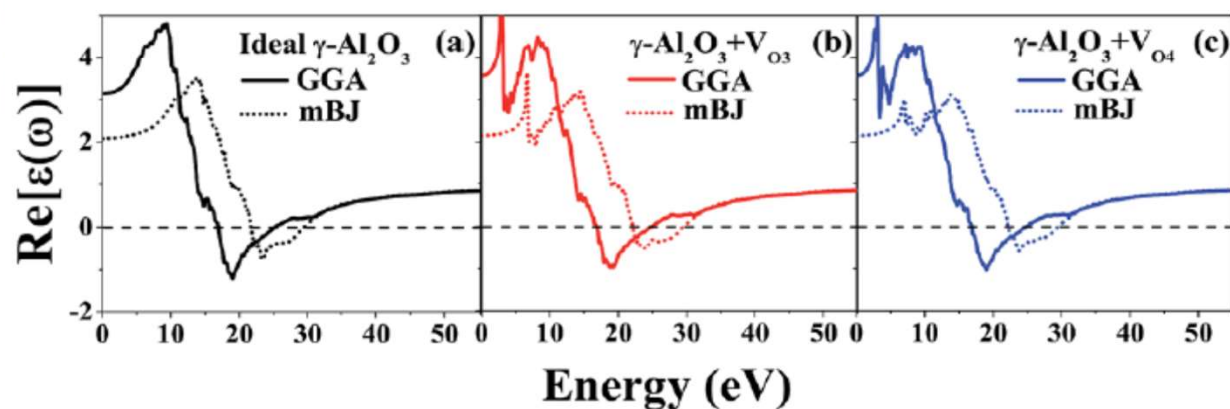
شیشه در قسمتی از نور ماورا بنفش کدر می شود

اشعه ایکس با ضریب شکستی کمتر از یک انتقال می یابد

برای دیدن نمونه واقیتر به مثال صفحه بعد توجه کنید:



PAPER

Cite this: *RSC Adv.*, 2015, 5, 55088Optical properties of ideal γ - Al_2O_3 and with oxygen point defects: an *ab initio* studyH. Papi,^a S. Jalali-Asadabadi,^{*a} A. Nourmohammadi,^b Iftikhar Ahmad,^c J. Nematollahi^a and M. Yazdanmehr^a

موفقیت نظریه مطرح شده در خصوص ثابت دی الکتریک یکی از دلایل قبول مدل هندوانه ای تامسون بود که در آن فرض می شد الکترونها مانند هسته های هندوانه قرار گرفته اند و مانند نوسانگرهای هارمونیک نوسان می کنند

سپس آزمایش راترفورد مدل فوق را رد کرد و وجود هسته را اثبات کرد

سپس مدل بر مطرح شد تا این که مدل مکانیک کوانتومی جای آن را گرفت

بر اساس مدل کوانتومی هم نتایج مطرح شده قابل دفاع هستند

مثال واقعی مطرح شده در صفحه قبل بر مبنای مکانیک کوانتومی به خوبی نکته فوق را اثبات می کند